EDUCAÇÃO NO SÉCULO XXI

Matemática

11
VOLUME

Editora Poisson

Editora Poisson

Educação no Século XXI - Volume 11
Matemática

1ª Edição

Belo Horizonte
Poisson
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

E24
Educação no Século XXI - Volume 11 - Matemática/ Organização Editora Poisson – Belo Horizonte - MG: Poisson, 2019

Formato: PDF
ISBN: 978-85-7042-086-2
DOI: 10.5935/978-85-7042-086-2

Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia

1. **Educação 2. Matemática. I. Título**

CDD-370

www.poisson.com.br

contato@poisson.com.br

SUMÁRIO

SUMÁRIO

Capítulo 1

O que f'(x) diz sobre f(x)

Gisele Scremin
Maria Madalena Dullius

Resumo: A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, é exploratória e tem como público alvo alunos matriculados no curso de Licenciatura em Matemática, de uma instituição de ensino superior do RS. O objetivo desse trabalho será desenvolver e aplicar uma Intervenção Pedagógica para o ensino e aprendizagem do conceito de derivadas e sua interpretação gráfica, com auxílio do software Desmos, com a pretensão de responder à questão de pesquisa: "Como o uso do software gráfico Desmos e as atividades poderão influenciar nas diferentes abordagens do conceito da Derivada? " As dificuldades observadas por outras pesquisas estão centradas na compreensão gráfica e geométrica do conceito de derivada, o que nos leva elaborar e propor uma Intervenção Pedagógica voltada ao ensino e a aprendizagem da derivada, com enfoque gráfico deste conceito, utilizando um recurso computacional aliado a atividades. Busca-se através deste trabalho contribuir para a aprendizagem da derivada, proporcionando aos alunos um ambiente de descoberta, tornando o ensino mais dinâmico e significativo.

Palavras-chave: Derivada. Desmos. Gráfico da função.

1 INTRODUÇÃO

O conceito de derivada é fundamental para a compreensão do Cálculo Diferencial e Integral, doravante denominado de Cálculo, nos diversos cursos de graduação, sendo um pré-requisito para a construção de outros conceitos, como a integral e as equações diferenciais, além de ser uma ferramenta para a resolução de problemas de variação, otimização e de outros modelos advindos da matemática aplicada e de outras áreas de conhecimento.

No Cálculo, a derivada em um ponto de uma função $y = f(x)$ representa a taxa de variação instantânea de y em relação a x neste ponto. Um exemplo típico é a função Velocidade que representa a taxa de variação instantânea (derivada) da função espaço. Do mesmo modo a função aceleração é a derivada da função velocidade. Agora geometricamente, a derivada no ponto $x = a$ de $y = f(x)$ representa a inclinação da reta tangente ao gráfico desta função no ponto $(a, f(a))$. A função que a cada ponto x associa a derivada neste ponto de $f(x)$ é chamada de função derivada de $f(x)$.

A taxa de variação instantânea, a inclinação da reta tangente, a derivada como limite e a função derivada, são as diversas interpretações deste conceito. Mas o que atualmente vem sendo questionado pelos pesquisadores é se os universitários e também futuros professores têm conseguido compreender e aplicar este conceito em suas diversas interpretações, (PINO-FAN, GODINO, FONT, 2015) e o que se tem diagnosticado tanto a nível nacional quanto internacional é a falta de compreensão e conexão entre estas interpretações e suas aplicações.

No que se refere especificamente a derivada, alguns trabalhos mais recentes desenvolvidos destacam que: tem-se um ensino que prioriza, em geral, processos de construção e avaliação formal, onde os alunos derivam, integram e calculam limites, sem ser capazes de dar um sentido mais amplo as noções envolvidas, pois priorizam somente o aspecto algébrico do conceito (JUNQUEIRA, 2014; VRANCKEN; ENGLER, 2014); os alunos apresentam dificuldade em relacionar os aspectos analíticos aos gráficos da função e suas derivadas (PINTO; VIANNA, 2012; SÁNCHEZ-MATAMOROS; GARCÍA; LINARES, 2013).

Ainda segundo Rezende (2003) a principal fonte de obstáculos de aprendizagem é a carência de algumas ideias e problemas construtores de Cálculo, por isso faz necessário voltar o ensino de Cálculo para o próprio Cálculo, os seus significados, seus problemas construtores e suas potencialidades.

Os trabalhos levantados na revisão de literatura, evidenciam a necessidade de novas pesquisas que investiguem novas estratégias e alternativas para o ensino de Cálculo, de maneira que o aluno possa compreender e dar sentido aos conceitos e procedimentos, de modo a contribuir para a construção do conhecimento matemático.

Os aspectos que propomos desenvolver neste trabalho estão relacionadas a articulação das diferentes abordagens do conceito de Derivada para sua interpretação e compreensão, com auxílio do *software* Desmos.

2.OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Investigar as potencialidades do uso do *software* gráfico Desmos para o ensino e a aprendizagem de Derivadas.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver uma proposta de intervenção para o ensino e a aprendizagem de Derivadas com auxílio do *software* Desmos;
- Promover a integração dos aspectos gráficos, algébricos e geométricos do conceito da Derivada;
- Verificar as potencialidades do *software* Desmos para exploração do conceito de Derivada.

3.REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E O USO DE TECNOLOGIAS COMPUTACIONAIS

Na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ministrada em cursos superiores, os conteúdos trabalhados muitas vezes são um tanto abstratos. A metodologia utilizada pelos professores tem um enfoque mais algébrico do que analítico, baseada na resolução de exercícios repetitivos, para que o aluno compreenda o processo e o conteúdo abordado, como destacou Guimarães (2002).

Usualmente a metodologia utilizada pela maioria dos professores é a tradicional, que se caracteriza pelo ensino a partir de definições, seguida de enunciados, teoremas e demonstrações, finalizando com exercícios, conforme aponta Almeida (2007),

> De forma geral, nas aulas de Cálculo os conteúdos são apresentados aos alunos como um saber já construído, sem lugar para a intuição, experimentação ou descoberta e perante o qual não é possível a argumentação. Os conceitos são apresentados aos alunos, na maioria das vezes, já formalizados, não decorrentes das suas ações e da reflexão sobre eles, dando-se quase nenhum tempo aos alunos para sentirem a formalização como algo natural e necessário à comunicação de processos e resultados. (ALMEIDA; FATORI; SOUZA, 2007, p.4)

Alguns autores fazem críticas a esse tipo de metodologia, como Barbosa (2004) que expressa da seguinte forma:

> [...] no modelo tradicional do ensino da matemática, que valoriza, em excesso, a função de memorização e o rigor de regras, fórmulas, teoremas, demonstrações, situados no campo da abstração, que o aluno não está acostumado, gerando um certo tipo de contaminação científica tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica do professor. (BARBOSA, 2004, p. 39)

Desta maneira, pode-se afirmar que a metodologia tradicional faz com que grande parte dos alunos aprenda de maneira mecânica, pois apenas resolvem questões aplicando fórmulas e regras, sem ter compreensão dos conceitos envolvidos na resolução destas. O que muitas vezes acontece é que o aluno decora regras de derivação e integração, mas não consegue utilizar tais ferramentas matemáticas para resolver uma situação-problema.
Propostas pedagógicas têm surgido na tentativa de minimizar as dificuldades encontradas nesse processo de ensino e aprendizagem, como a utilização do computador, o ensino na perspectiva da Modelagem Matemática, o ensino através da Resolução de Problemas, dentre outros.

Silva (1994, p. 6), também aponta que

> Um dos caminhos que pode ensejar maior produtividade no processo de ensino e aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral I pode estar na diversificação das formas de abordagem de cada tema a ser apresentado, a partir do que se adapta a cada um destes, da condição intrapessoal e interpessoal de cada docente, do nível de aprofundamento desejado, etc. Assim, algumas opções viáveis podem ser encontradas, além da resolução de problemas que constituem a própria essência da Matemática, por meio da explicitação dos seus conceitos e de suas teorias através da história; e estas podem tornar-se um meio bastante estimulador, tanto para o professor como para o aluno, criando-se uma atmosfera que facilite a compreensão do saber matemático pelo contato com sua gênese e etapas de seu desenvolvimento; além disso, fazer uso da experimentação, das aplicações e do uso da computação.

Tendo como alternativa diversas metodologias e ferramentas, apontadas por Silva (1994) que poderão ser utilizadas para promover o ensino e aprendizagem de conceitos, cabe ao professor traçar e estabelecer as relações entre os conteúdos a serem trabalhados e os recursos a serem empregados, de modo a contribuir para a aprendizagem de conceitos e seu devido aproveitamento pelo aluno.

Uma destas alternativas é o uso de recursos tecnológicos, como o computador, que poderá proporcionar um ambiente de descobertas, interativo e dinâmico aos alunos. A capacidade técnica das máquinas possibilita planejar atividades de ensino antes impensáveis com o uso de lousa e giz. Para o ensino de Matemática, por exemplo, há vários *softwares* livres que permitem explorar os conceitos de matemática de uma forma mais dinâmica e detalhada, bem como aplicativos da *web* que podem contribuir para a aprendizagem significativa dos conteúdos.

Palis (1995, p. 25),

> destaca a importância das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de Cálculo apontando que [...] tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem simplesmente porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais.

Várias pesquisas sobre sua utilização vêm sendo realizadas, dentre as quais destacam-se os trabalhos de Allevato (2005; 2010), Borba & Villareal (2005), Jesus (2005) e Borba & Penteado (2001). Esses autores concordam que o uso de *softwares* computacionais possibilita uma inovação no ensino, pois, são considerados uma ferramenta auxiliar na construção de conceitos e aplicações relacionados ao ensino de matemática.

Já de acordo com a pesquisa realizada por Paranhos (2009), ambientes informatizados podem contribuir para que os alunos se tornem mais participativos e exploradores, e ajudam na criação de conjecturas e negociação de significados, facilitando a compreensão dos aspectos conceituais também do Cálculo.

Marin (2009) em sua pesquisa junto a um grupo de professores universitários sobre o uso de TIC nas aulas de Cálculo, levantou algumas potencialidades deste recurso:

> No que diz respeito ao desenvolvimento das aulas, identifica-se que a TIC permite realizar atividades que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel, proporcionando a organização de situações pedagógicas com maior potencial para aprendizagem. É claro que isso aumenta o tempo de dedicação do professor. (MARIN, 2009, p.136)

Alguns trabalhos relatam o uso do computador nas aulas de Cálculo, como Costa e Souza Júnior (2007), que destacam o uso de *softwares* gráficos como ferramentas eficientes para o ensino de funções, gráficos, limites, derivadas, integrais, áreas e volumes, pois permitem a visualização e exploração gráfica, possibilitando ao aluno construir conceitos ou ainda ressignificar conceitos já estudados. Silva (1994, p. 7), ressalta que

> O Cálculo, por sua própria natureza de trabalhar com aproximações, é um dos mais adequados para a utilização de computador em experimentação, propiciando uma (re) descoberta dos seus conceitos. Infelizmente, esta ferramenta de trabalho atualmente não é utilizada pelos professores. Uns, por não a aceitarem como método de validação de uma verdade matemática, outros por desconhecerem a sua utilidade.

O uso de s*oftwares* apresenta-se como uma opção favorável para a aprendizagem de Cálculo, pois oportuniza a exploração e visualização gráfica. A visualização gráfica proporcionada pelo *software* é parte importante no processo de ensino e aprendizagem, principalmente na área de matemática, pois permite engajar conceitos e significados que podem ser facilmente incorporados a solução simbólica de problemas ou conteúdo.

> A visualização tem um poderoso papel complementar, onde se pode destacar três aspectos: a visualização como apoio a resultados essencialmente simbólicos; uma maneira possível para resolver conflitos entre soluções simbólicas (corretas) e (incorretas) com intuições; como ajuda a reengajar e recuperar os fundamentos conceituais que podem ser facilmente contornados por soluções formais. (ARCAVI, 2003, p. 222-223, tradução nossa).

A visualização pode ser vista como um objeto a ser manipulado pelo aluno, a fim de explorá-lo e incorporá-lo como parte de um conceito. O uso de gráficos além de possibilitar este manuseio, pode proporcionar apoio a resolução de problemas, a resolução de conflitos e o significado a conceitos muitas vezes abstratos aos olhos dos alunos.

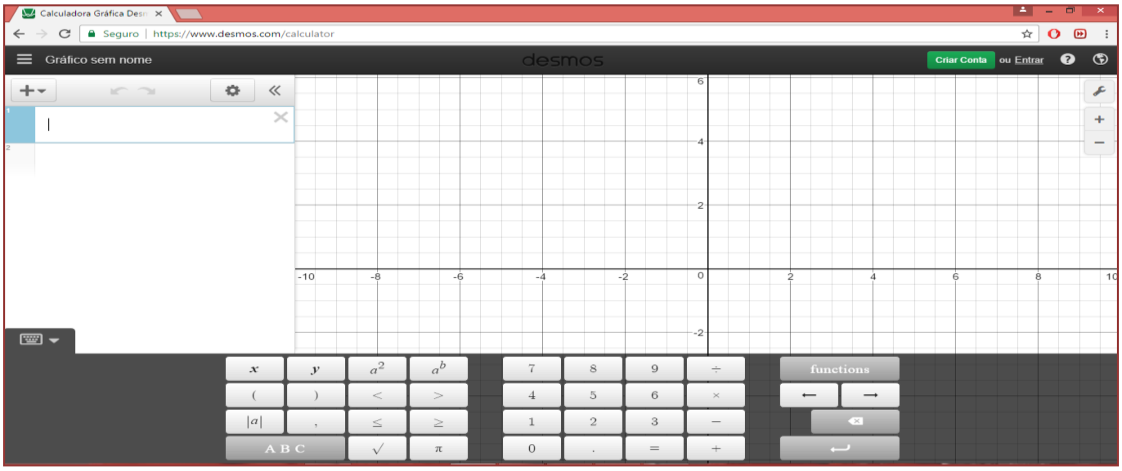
O papel do professor frente ao uso de tecnologias em sala de aula é muito importante. Segundo Costa e Salvador (2004), o professor tem o papel de mediador e orientador para que o aluno seja capaz de realizar uma análise crítica e construir o conhecimento ou ressignificá-lo, e não somente contemplar a beleza gráfica e o mundo colorido que o computador oferece.

A gama de *softwares* existentes atualmente é considerada relevante, principalmente aqueles que exploram o gráfico de funções, possibilitando um trabalho diferenciado que integre os conceitos algébricos e numéricos aos aspectos gráficos e geométricos. Para a seleção de um determinado aplicativo ou *software*, faz-se necessário que o professor realize um breve estudo e análise destes, para poder escolher o mais adequado frente ao contexto de sala de aula, considerando o público alvo, seu domínio de tecnologias, acessibilidade e contexto de aplicação.

3.2 SOFTWARE *DESMOS*

O *software* Desmos (https://www.desmos.com/), destina-se a construção de gráficos; apresenta basicamente duas colunas: uma algébrica (pode-se inserir uma expressão, nota, tabela, pasta e imagem, à esquerda); e outra de visualização gráfica, com malha quadriculada (à direita). Além disso, pode-se dispor de uma calculadora na própria tela. Para a digitação das funções utiliza-se a coluna da esquerda que apresenta uma sequência de linhas numeradas. O lado direito da tela é destinado ao traçado das curvas, apresenta o plano cartesiano com suas coordenadas. Abaixo está o teclado com números e letras, sinais matemáticos e os comandos para potência, raiz e módulo. E ainda na tecla “ *functions*”, é possível calcular as funções trigonométricas, suas inversas e hiperbólicas, estatística, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum entre outas

Imagem 1: Tela inicial do Aplicativo Desmos



Fonte: Disponível em: https://www.desmos.com/, acesso em 19 Mar. 2017

As funções deste programa são semelhantes a uma calculadora gráfica. Podemos destacar algumas de suas potencialidades como: construir pontos, inserir tabelas, anotações, controle deslizante, gráficos de funções (com ou sem restrições de domínio), cônicas e regiões do plano através de equações cartesianas, paramétricas ou polares, além de calcular expressões numéricas, resolver equações de primeiro e segundo graus com uma incógnita, derivadas e integrais de uma função.

Como principais características deste recurso podemos apontar: ser uma ferramenta *online* e de acesso gratuito; ser acessado por qualquer navegador de internet e por qualquer aparelho, seja, computador, *tablet, smartphone*; não precisa ser instalado no dispositivo, desde que esteja conectado; não requer cadastro de usuário para ser utilizado, mas possui a opção de cadastro de usuário do *Google*, o que possibilita salvar e compartilhar as atividades realizadas; é multi-idioma; funciona como uma plataforma de trabalho colaborativo, ou seja, permite compartilhar as atividades que podem ser utilizadas por outros usuários.

4 METODOLOGIA

A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, trata-se de uma pesquisa exploratória, de acordo com Creswell (2014), na pesquisa qualitativa, a coleta de dados ocorre no contexto natural dos participantes, sendo que os próprios pesquisadores criam seus instrumentos de pesquisa e coletam pessoalmente os dados; a análise dos dados estabelece padrões; e o relatório final inclui as vozes dos participantes, a reflexão, descrição e interpretação do problema pelo pesquisador, além de sua contribuição para a literatura. O presente estudo se realizará, em duas etapas: primeiramente a elaboração da Intervenção Pedagógicas sobre derivada e suas interpretações. Na segunda etapa, será aplicada a Intervenção em formato de uma Oficina Pedagógica, onde serão desenvolvidas atividades com uso do *software* Desmos, para articulação das diferentes abordagens do conceito de Derivada.

De acordo com Castellano e Coco (2006), as oficinas pedagógicas propõem que professores e alunos trabalhem juntos, sem que haja uma dicotomia hierárquica de papéis, haja vista que o conhecimento não é repassado do professor para o aluno, mas é construído pelo aluno no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, o que ressalta sua importância no contexto de aplicação.

A utilização da Oficina Pedagógica no ensino de derivadas pode promover os objetivos almejados no que tange à compreensão do conceito da derivada e suas interpretações, pois, segundo Vieira e Volquind (2002), trata-se de uma metodologia fundamentada na realização de tarefas coletivas, por meio da promoção de investigação, ação e reflexão, de modo a integrar conhecimentos teóricos à sua aplicação.

No desenvolvimento desta pesquisa, considerou-se o uso de recursos computacionais como ferramentas educacionais, as quais precisam ser vistas como apoio, como meios, que permitem realizar atividades de aprendizagem de forma diferente das empregadas anteriormente (POZO, 2004), possibilitando a criação de situações de aprendizagem ricas, complexas e diversificadas, proporcionando a melhora na qualidade de ensino e de aprendizagem.

Os participantes desta pesquisa serão alunos do matriculados no curso de Licenciatura em Matemática, de uma Instituição de Ensino Privada do noroeste do estado do Rio Grande do Sul. Os instrumentos para coleta de dados constaram de um questionário impresso, áudios e as atividades impressas realizadas pelos alunos, além do diário de campo da pesquisadora.

5 A PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Como referendado anteriormente, o presente estudo se realizou em duas etapas em que, primeiramente realizou-se a elaboração e organização das atividades a serem desenvolvidas com apoio do Desmos. Nessas atividades são relacionadas a definição da derivada como inclinação da reta tangente à curva de uma função em um determinado ponto; como taxa de variação instantânea, além de explorar o comportamento gráfico de uma função por meio da análise do gráfico de sua derivada, levando em consideração os teoremas e definições estudados no Cálculo Diferencial, apresentado em livros didáticos do ensino superior como de Anton (2009) e Stewart (2016).

Na segunda etapa, realizou-se a aplicação das atividades na oficina pedagógica de modo presencial, durante o segundo semestre do ano letivo de 2019. A pesquisadora utilizou o recurso tecnológico de forma expositiva dialogada (*data show*) e durante a sequência didática cada aluno usou o computador com acesso ao *software* Desmos para realizar as atividades. Na sequência (QUADRO 1) apresenta-se uma síntese das atividades que compuseram a Oficina Pedagógica, seus respectivos objetivos e tempo de duração aproximado. Destacamos que A1 refere-se à atividade 1, A2 à atividade 2 e assim sucessivamente, até a atividade 4.

Quadro 1 – Atividades da Intervenção Pedagógica e Objetivos

ATIVIDADES	OBJETIVOS	DURAÇÃO
A1: Derivada como inclinação da reta tangente a um ponto	Compreender a relação entre a reta secante e a reta tangente a uma curva, utilizando o conceito de limite através da exploração gráfica; Conceituar derivada como sendo a inclinação da reta tangente a uma função em um determinado ponto	2 horas e 30 minutos
A2: Derivada como taxa de variação instantânea	Relacionar a taxa de variação instantânea com a derivada.	1 hora e 30 minutos
A3: Inclinações positiva, negativa e nula da reta tangente à curva de uma função.	Diferenciar inclinações positivas, negativas e nulas da reta tangente a uma função e relacionar ao comportamento da função.	1 hora e 45 minutos
A4: Comportamento da função através da análise da derivada.	Compreender a relação entre o crescimento e decrescimento de uma função pela análise da derivada; Identificar os pontos de máximo e mínimo de uma função através do gráfico da derivada.	2 horas e 15 minutos

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

A proposta dessa investigação foi proporcionar um ambiente dinâmico e mais motivador aos alunos, buscando o desenvolvimento de atividades que envolvessem as representações numéricas e gráficas referentes ao conceito de derivada e também a sua interpretação gráfica. As atividades foram desenvolvidas com auxílio do *software* Desmos e podem ser acessadas na íntegra na dissertação da autora.

Ressalta-se que a escolha do *software* Desmos, se deu devido a este ser um programa livre, disponibilizado gratuitamente na internet, com acesso por qualquer aparelho eletrônico para trabalho *on-line*, ou como aplicativo para trabalho *off-line*, sendo que este possibilita o trabalho colaborativo, possui comandos acessíveis e simples, tendo a disponibilidade de construção de gráficos, marcação de pontos, construção de tabelas, controle deslizante, entre outras opções. Também possibilita a visualização do gráfico da função derivada.

Vale destacar, que as atividades foram elaboradas de forma a promover a participação ativa dos alunos e possibilitar um ambiente de diálogo e discussão. Dessa forma, seria possível que os alunos vivenciassem processos característicos proporcionados pelo uso da tecnologia, como a experimentação e a investigação em conteúdos matemáticos, além de estimular a percepção visual dos alunos (BORBA e PENTEADO, 2001), auxiliando na construção e ressignificação de conceitos.

Outro aspecto importante das atividades propostas é o possível estabelecimento de relações entre os conhecimentos já construídos e as atividades realizadas, além da possibilidade de estabelecer relação entre as representações algébricas e geométricas envolvidas no conceito de derivada. Considerou-se que as atividades foram adequadas para que os participantes estabelecessem essas relações, principalmente através do uso da visualização proporcionada pelo Desmos que além de promover a intuição e o entendimento, possibilita uma abrangência maior dos assuntos matemáticos, permitindo aos alunos não somente aprenderem matemática, mas se tornarem capazes de fazer sua própria matemática (FLORES, 2012).

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das constatações, e conscientes das dificuldades enfrentadas pelos alunos e professores no ensino e aprendizagem deste conceito, propôs-se a Intervenção Pedagógica descrita, ao elaborar essa prática, pensou-se em colaborar na produção de um material didático que auxilie os docentes do ensino superior e motive a integração, em sua metodologia, de um recurso tecnológico, como o *software* Desmos, a fim de possibilitar um ensino que promova a aprendizagem conceitual da derivada. Selecionou-se, entre os vários *softwares* gráficos disponíveis, aquele que atendesse ao desenvolvimento do conteúdo de forma dinâmica e motivadora aos alunos, e que promovesse a descoberta de conhecimentos matemáticos através da investigação, sendo de fácil manuseio e comandos acessíveis.

Deste modo, optou-se pelo Desmos, que permite experimentar e explorar por meio de gráficos, retas tabelas, pontos e recursos dinâmicos, as relações e definições da derivada. Diante do fato de alguns gráficos e recursos estarem prontos para uso nas atividades, o tempo de trabalho foi maximizado, fazendo com que os alunos tivessem tempo para visualizar, interagir e analisar as representações gráficas, construindo e ressignificando o conceito em estudo. Assim, corrobora-se com Couy (2008), quando afirma que ferramentas tecnológicas, se utilizadas de forma adequada, podem potencializar o uso dos recursos gráficos no ensino de Cálculo, estimulando a observação, a busca de regularidades e padrões, contribuindo para o entendimento de suas relações.

À guisa de conclusão do presente trabalho, então, retoma-se a questão de investigação que guiou esta pesquisa: "Como o uso do *software* gráfico Desmos e das atividades poderão influenciar nas diferentes abordagens do conceito de derivada? "

Visando responder tal questão, foi traçado como objetivo verificar as potencialidades do uso do *software* Desmos para o trabalho com estas abordagens, por meio da articulação dos aspectos gráfico, geométrico e algébrico do conceito. O objeto subjacente foi constituído pelo estudo da derivada e o uso de tecnologias para os processos de ensino e aprendizagem da derivada e suas interpretações geométrica e gráfica.

Assim, intenta-se apresentar alguns aspectos de respostas à questão de investigação, ou seja, desvendar algumas contribuições e potencialidades do desenvolvimento das atividades com auxílio do *software* Desmos relacionadas às diferentes abordagens do conceito de derivada, conteúdo pertencente à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

1) A contribuição para a ressignificação do conceito de derivada, em especial em seus aspectos gráfico e geométrico.

A pesquisa apontou que a realização das atividades com o Desmos contribuiu para a ressignificação desse conceito, inicialmente construído em sala de aula, principalmente em sua base conceitual, a partir da oportunidade de reflexão e descobertas oportunizadas em um ambiente diferenciado, em que os alunos tiveram papel ativo no processo de aprendizagem.

Mesmo os alunos tendo cursado a disciplina de Cálculo I, ficou evidente que o conceito de derivada não havia sido bem explorado e compreendido por eles. Na troca de experiências, os alunos externaram que este tipo de atividade é muito agradável e que os leva a conhecer o objeto de estudo e interagir como mesmo, oportunizando a interiorização do conceito.

2) Contribuição para a criação de um ambiente mais dinâmico, motivador e complementar a aulas tradicionais

Desenvolver as atividades em um espaço como a Oficina Pedagógica, contribuiu para a criação de um ambiente para discussões, deduções, descobertas, troca de conhecimentos e informações, além da colaboração, o que nem sempre é possível em uma aula tradicional, na qual o professor conduz todo o processo.

Esse aspecto foi percebido por todos os participantes, que destacaram que o uso desse tipo de ambiente, principalmente da discussão em grande grupo contribuíram para melhor exploração do conceito em estudo.

Ficou evidente que o trabalho com atividades de visualização gráfica utilizando o *software* Desmos para o ensino de derivadas proporciona importantes contribuições para os processos de ensino e de aprendizagem, tais como: a possibilidade de análise e comparação dos resultados obtidos algebricamente com os gráficos, corroborando com aspectos citados por Arcavi (2003); alunos mais participativos devido à necessidade de realização das atividades para compreensão do conteúdo em estudo; ampliação da possibilidade de atividades variadas nas quais os alunos podem trabalhar com diferentes representações tais como tabelas, gráficos e expressões algébricas de forma mais articulada, corroborando com Machado (2008).

Ao concluir, reitera-se que o uso de atividades associadas ao *software* Desmos demonstraram a possibilidade de substituir metodologias tradicionais por metodologias mais ativas, centradas no aluno e na preocupação com sua aprendizagem e seu aproveitamento, na disciplina de Cálculo I. Sua prática é capaz de promover um ganho a todos, em especial por provocar a descoberta das soluções ao invés de trazê-las prontas e apenas demonstrar.

Reiterando, o resultado da prática de atividades com perfil investigativo foi enriquecedor, de modo que se destaca um trabalho mais constante, envolvendo a exploração gráfica dos conceitos, como auxílio para os cálculos, de maneira a desenvolver o senso crítico e analítico dos alunos. Pode-se inferir que a inclusão de recursos tecnológicos possibilitou alunos pensantes, questionadores e participativos, os quais foram constantemente desafiados para encontrar soluções matematicamente aceitáveis.

REFERÊNCIAS

[1] Allevato, Norma. S. G. Associando o computador à resolução de problemas fechados: Análise de uma experiência. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. UNESP: Rio Claro/SP, 2005.

[2] Allevato, Norma. S. G. Utilizando animação computacional no estudo de funções. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 1, n. 2, p. 111-125, 2010. Disponível em http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/ viewFile/13/15. Acesso em: 20 Mar. 2017

[3] Almeida, Lourdes. M. W. de; Fatori, Luci. H; Souza, Lucian. G. S. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática. Revista Ciência e Tecnologia, v. 10, n. 16, jan. 2010. Disponível em: http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/17 . Acesso em: 20 set. 2017..

[4] Arcavi, Abraham. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. In: Educational Studies in Mathematics, n. 52, p. 215-241, 2003. Disponível em: < https://pdfs.semanticscholar.org/e6a3/fc53cbab17d0339f3132ee9705e88ea14d1c.pdf>. Aceso em: 12 abr. 2017.

[5] Barbosa, Marcos A. O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. 2004. 100 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Curitiba, 102 pág., 2004. . Disponível em: http://www.biblioteca.pucpr.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=291. Acesso em: 12 fev. 2017.

[6] Borba, Marcelo. C.; Penteado, Miriam. G. Informática na Educação. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

[7] Borba, Marcelo. C.; Villarreal, Monica. E. Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

[8] Castellano, Santiago; Coco, Mauro.L. Hacia una conceptualización teórica de la modalidad taller. UNIrevista,1(3), pag.1-10, 2006. Disponível em:https://ies28sfe.infd.edu.ar/aula/archivos/repositorio/0/80/Taller_como_modalidad_operativa.pdf. Acesso em: 16 mai. 2018.

[9] Costa, Patrícia. O.; Souza Júnior, Arlindo. J. Tecnologia de Informação e Comunicação no ensino de Cálculo. FAMAT em Revista, n. 9, p. 431-440, 2007. Disponível em: http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat_Revista_09.pdf. Acesso em: 01 mar. 2017.

[10] Couy, Lais. Pensamento visual no estudo da variação de funções. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas), Belo Horizonte, 160 f, 2008. Disponível em: http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_CouyL_1.pdf . Acesso em: nov. 2017.

[11] Flores, Cláudia R.; Wagner, Débora R.; Buratto, Ivone. C.F. Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas. Revista Educação Matemática e Pesquisa. v. 14, n. 1, p. 31-45, 2012.

[12] Guimarães, Oswaldo.L.C. Cálculo Diferencial e Integral uma mudança de foco: do algebrismo às representações múltiplas, através de atividades de modelagem matemática e ambientes informatizados. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) – Florianópolis, 272 p., 2002.Disponível em: < https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/83263/189555.pdf?sequence=1> . Acesso em 23 fev. 2017.

[13] Junqueira, Sonia. M da S.; Manrique, Ana. L. Mapas conceituais e sujeitos da experiência em aulas de Cálculo 1. Rev. Prod. Disc. Educ. Matem, São Paulo, v.4, n.1,2015. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/22976/16650>. Acesso em 15 out. 2017.

[14] Machado, Rosa Maria. A visualização na resolução de problemas de cálculo diferencial e integral no ambiente computacional MPP. 2008. 288p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251984. Acesso em: 10 ago. 2017.

[15] Marin, Douglas. Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior. Dissertação de Mestrado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, 164 p., 2009. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91117/marin_d_me_rcla.pdf?sequence=1. Acesso em: 20 fev. 2017.

[16] Paranhos, Marcos. M. Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11408#preview-link0. Acesso em 19 fev. 2017.

[17] Pino-Fan, Luis. D.; Godino, Juan. D; Font, Vicenç. Una Propuesta para el Análisis de las Prácticas Matemáticas de Futuros Profesores sobre Derivadas. Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 60-89, abr. 2015. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8544/6607. Acesso em: 23 abr. 2017.

[18] Pinto, Gisela. M. F.; Vianna, Claudia. C. S. Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de Cálculo semipresencial. Revista de Educação, Ciências e Matemática, Rio de Janeiro (RJ), v. 2, n. 3, p. 74-90, 2012. Disponível em: file:///C:/Users/jorge/Downloads/1999-7700-1-PB.pdf . Acesso em 20 out. 2017.

[19] Pozo, Juan. I. A sociedade da aprendizagem e o Desafio de converter informação em conhecimento. Revista Pátio, ano 8, agosto/outubro 2004. Disponível em: < http://www.franciscoqueiroz.com.br/portal/phocadownload/NovasTecnologias/a%20sociedade%20da%20aprendizagem%20e%20o%20desafio%20de%20converter%20informao%20em%20conhecimento.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2018.

[20] Rezende, Wanderley Moura. O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.php. Acesso em: 10 dez. 2017

[21] Sánchez-Matamoros, Gloria; García, Mercedes; Llinares, Salvador. Algunos Indicadores del Desarrollo del Esquema de Derivada de una Función. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 45, p. 281-302, abr. 2013. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5080/5526. Acesso em: 09 abr. 2017.

[22] Silva, J. F. Questões metodológicas do ensino de Cálculo Diferencial e Integral I. In: Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade: X ENEM, Salvador/BH. Anais...Salvador, 2010. Disponível em: http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T9_CC979.pdf . Acesso em: 12 fev. 2017.

[23] Vieira, Elaine; Volquind, Léa. Oficinas de ensino. O que? Por quê? Como? Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002. Disponível em: < https://books.google.com.br/books>. Acesso em: 23 abr. 2018.

Capítulo 2

Educação matemática no ensino médio

Jessica da Silva Miranda
Felipe Antonio Moura Miranda
Mauricio de Moraes Fontes

Resumo: O Ensino de função do segundo grau é parte integrante do saber Matemático e como tal possui muitas aplicações dentro da matemática (Cálculo, Geometria Analítica, etc.,) assim como fora dela, como por exemplo (Movimento Uniformemente Variado – na Física, etc.,). O presente trabalho tem por objetivo analisar descritivamente as sessenta atividades de função do segundo grau em um livro didático do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração a teoria de registro de representações semióticas, e verificar o tipo de problemas que as caracterizam (aberto ou fechado), o tipo de tratamento predominante (algébrico, gráfico ou numérico), as conexões com outras áreas de ensino e finalmente as conversões e tratamentos presentes em cada questão. A amostra foi intencional tendo em vista que analisamos todas as questões que envolvem função do segundo grau no livro do primeiro ano do Ensino Médio recomendado pelo PNLD 2015. A Metodologia utilizada foi qualitativa com estudo descritivo. Os resultados mostram uma predominância de problemas abertos e da conversão da linguagem natural para o algébrico.

Palavras-Chave: Semiótica. Livro Didático. Função do Segundo Grau.

1.INTRODUÇÃO

A matemática é uma das principais disciplinas estudadas durante a vida escolar de um estudante. Tal matéria é de suma importância uma vez que se faz presente no cotidiano de todos os seres humanos, seja na contagem das horas e minutos do dia ou até mesmo no troco recebido ao comprar uma mercadoria. A matemática prepara o cidadão para a vida como nenhuma outra disciplina, pois é a ciência que fornece o melhor instrumental para qualquer profissional ser bem-sucedido em qualquer carreira escolhida.

Segundo Messias (2006) ‘‘Quando se aborda o conceito de função em matemática, muitos professores da área de exatas tratam o assunto de forma muito simplista, pois consideram o tópico de seu programa escolar como uma troca de variáveis entre x e y”. Dessa forma, tais professores não utilizam os livros que abordam o assunto de maneira eficaz para que o aluno obtenha êxito em aprender a matéria, já que os próprios educadores não oferecem a devida atenção ao conteúdo função.

Contudo a construção do conceito de função no ambiente escolar é muito importante para os alunos, uma vez que este é abordado em todos os níveis de ensino, de maneiras diretas e indiretas, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Levando em consideração a relevância do conceito de função, Rêgo (2000) destaca que:

> “[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas de Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais e Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis.” (p. 20)

O conceito de função potencializa além das conexões internas à própria Matemática, a descrição e o estudo, por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos, do comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1999).

De acordo com Pereira (2013)

> “A matemática é sem dúvida, junto com as demais ciências, uma ferramenta de transformação da sociedade. Mesmo com esta inegável contribuição, a matemática ainda é uma das disciplinas mais odiadas pelos alunos e a aprendizagem dos seus conhecimentos e de suas formas de raciocínios está aquém do que é demandado pela sociedade contemporânea.” (p.2)

Para auxiliar o docente em sua jornada no ambiente escolar, além do uso do Livro Didático, ele também deve utilizar os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), pois:

> [...] estimula os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo (BRASIL, 1998 p. 62-63)

Considerando que muitas práticas pedagógicas, hoje, são organizadas tendo como recurso exclusivo o livro didático (Brasil, 1998), desenvolvemos a pesquisa deste trabalho, enfocando a análise de questões de função do segundo grau. Para tanto optamos em analisar o livro didático utilizado por professores das escolas públicas da Educação Básica, investigando como são propostas as atividades referentes ao conceito de função do segundo grau.

A análise do livro didático selecionado para a pesquisa foi guiada seguindo o modelo da pesquisa de Maggio e Soares (2009), obedecendo os seguintes critérios: a) classificação das atividades em problemas abertos e problemas fechados; b) articulações entre os campos da Matemática e/ou conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento e com situações do cotidiano; c) tratamento explorado e a forma; d) conversões exploradas e enfatizadas;

Dessa forma este trabalho tem como objetivo analisar descritivamente as sessenta atividades de função do primeiro grau em um livro didático do primeiro ano do ensino médio recomendado pelo PNLD e dessa forma verificar qual a melhor maneira que o docente pode utilizar esse livro didático em sala de aula, de modo que os alunos tenham uma aprendizagem significativa sobre o assunto.

2.SEMIÓTICA COMO REFERENCIAL TEÓRICO

Utilizei a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) como fundamentação desse trabalho, pois o foco do estudo é a aquisição e organização de conhecimento matemático.

O termo ‘‘semiótica’’ tem origem grega *semeion*, que quer dizer signo, ou seja, semiótica é a ciência dos signos. Um dos principais pesquisadores desta área e que serviu de apoio teórico nessa pesquisa foi Raymond Duval. Autor de várias pesquisas, ele trata do funcionamento cognitivo, implicando, sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Duval (2003) acredita que cada objeto matemático tem sua respectiva representação, contudo não podemos confundi-los, uma vez que, a cada confusão feita, existe uma perda de compreensão e os conhecimentos absorvidos tornam-se inutilizáveis, portanto a distinção entre um objeto e sua representação é a melhor maneira de compreender a matemática.

Para Duval (2003), os objetos trabalhados nas aulas de matemática são abstratos, ou seja, não estão diretamente acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos como microscópios e telescópio. Sendo necessário para sua apropriação, uma forma de representação, portanto, dizemos que no ensino da matemática, todo comunicação é baseada em representações, e apenas através destas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

Duval (1993) acredita que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que caracterizam um anexo de imagens, conceitos e crenças que uma pessoa pode ter por um objeto ou uma situação. O segundo tipo de representação são as internas ou computacionais, estas são reconhecidas pela execução automática de uma atividade, ou seja, são internas, porém não conscientes do sujeito. E finalmente as representações semióticas que são externas e conscientes do sujeito. E através destas que o aluno tem acesso aos objetos matemáticos.

Existem quatro tipos de representações semióticas: a língua natural, feita com associações verbais e conceituais; os sistemas de escrita (algébrico, numérico e simbólico); os gráficos cartesianos (interpolação, extrapolação) e as figuras geométricas planas.

Para Duval (2009), em matemática, as representações semióticas não são apenas indispensáveis para fins de comunicação; estas representações são de suma importância para o desenvolvimento da atividade matemática. Além disso, o autor destaca que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas muito importantes, porém muito diferentes uma da outra, são estas: tratamento e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por

exemplo, a resolução de uma equação do segundo grau $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x_1 = 3$ e $x_2 = 2$.

Podemos perceber que temos uma transformação do registro algébrico para o algébrico novamente.

Ao passo que as conversões são transformações de representações onde existe a troca de registro, conservando o objeto, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação no plano cartesiano. Portanto, realizar uma conversão, não é só trocar o modo de tratamento, é também explicar as variáveis pertinentes aos registros mobilizados numa dada conversão.

Dessa maneira, iremos fazer uma análise descritiva de sessenta questões sobre função do segundo grau em um livro didático do Ensino EJA aprovado no PNLD e classificá-las de acordo com a Teoria da Representação Semiótica.

3.ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO

A pesquisa feita no livro didático caracteriza-se como qualitativa com estudo descritivo. Na pesquisa descritiva ocorre o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a interferência do pesquisador. Exemplos muito comuns de pesquisa descritiva são as pesquisas mercadológicas e de opinião. (BARROS e LEHFELD, 2007).

A análise foi realizada durante o mês de novembro de 2016 em um livro recomendando pelo PNLD (Novo Olhar Matemática – 1º ano – 2013) utilizado nas salas de aula do Ensino Médio em Escolas Públicas e Particulares em todo o Brasil. O objetivo desse trabalho foi analisar descritivamente as sessenta questões sobre o tópico de função do segundo grau e classificá-las como mencionado anteriormente de acordo com a Teoria de Representação Semiótica.

Desse modo o professor tem a oportunidade de visualizar a maneira como os livros didáticos abordam a aplicação do assunto ‘‘função do segundo grau’’, e então a partir dessa análise o educador poderá construir um plano de aula adequado com as questões propostas e fazer uma conexão entre a construção do conceito de função e os tipos de tratamento presentes nos exercícios.

“O livro didático constitui um elo importante na corrente do discurso da competência: é o lugar do saber definido, pronto, acabado, correto e, dessa forma, fonte única de referência e contrapartida dos erros das experiências de vida” (VESENTINI, 2007).

Seguindo a linha de pensamento do último autor citado, este apresenta o livro didático como a principal e única fonte do conhecimento em sala de aula. Em vista dos fatos mencionados acima, decidimos analisar o livro didático para uma melhor compreensão e consideração das questões presentes no mesmo.

Segundo Parterlini (2010), os problemas denominados abertos são opostos aos problemas designados fechados, e a principal distinção entre eles pode ser observada, pelo fato de que o último propõe ao aluno o que deve ser feito, ao passo que o primeiro deixa o estudante livre para compreender e perceber as relações matemáticas existentes naquele contexto.

Utilizando o conceito acima, classificamos as questões em: Problemas Abertos e Problemas Fechados. Sendo o primeiro caracterizado como atividades que envolvem o conceito de função do segundo grau em situações problemas e contextualizadas. Enquanto que o último representa questões envolvendo uma aplicação direta do conceito de função.

Figura 1: Problema Fechado.

3. Dadas as funções $f(x)=2x^2-6x-4$ e $g(x)=-3x^2-5x+1$ calcule:

a) $f(3)$ -4

b) $f(-2)$ 16

c) $f(0)$ -4

d) $f(-0{,}2)$ $-2{,}72$

e) $g(1)$ -7

f) $g(-4)$ -27

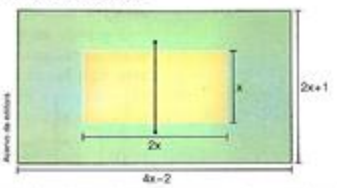
g) $g(0)$ 1

h) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ $-\frac{9}{4}$

Fonte: SOUZA, 2013, p.116

Figura 2: Problema Aberto.

9. A quadra de vôlei é retangular e compreende a quadra de jogo e a zona livre, que não deve possuir nenhum obstáculo. Nas competições organizadas pela FIVB (Fédération Internationale de Volleyball), a quadra de jogo deve ter uma medida fixa, e a zona livre, uma distância mínima em relação às delimitações laterais e de fundo da quadra de jogo.



a) Considerando o esquema acima, qual é a lei da função *A*, que determina a área da quadra de jogo? E a lei da função *L*, que determina a área da zona livre? $A(x)=2x^2$; $L(x)=6x^2-2$

b) Sabendo que em competições organizadas pela FIVB a quadra de jogo tem 162 m², qual é a área da zona livre indicada no esquema? 484 m²

c) Quais são as dimensões da área de jogo em uma quadra de vôlei? 9 m e 18 m

.

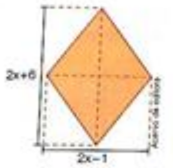
Fonte: SOUZA, 2013, p.117.

Levando em consideração o primeiro critério de classificação, o número de problemas fechados no livro é quarenta e um, equivalente a 69% do total de questões existentes no capítulo, enquanto que o número de problemas abertos existentes no livro é dezenove, equivalente a 31% do total de questões. Percebemos que existe uma diferença significativa em relação ao número de problemas, uma vez que o número de problemas fechados é mais que o dobro comparado aos fechados. Isso possibilita ao professor explorar os dois tipos de questões em suas aulas.

Na figura 1 temos um exemplo clássico de problema fechado, onde o aluno não precisa interpretar a questão para obter o resultado, apenas substituir os valores dados e encontrar a resposta. Ao passo que na figura 2, temos uma questão onde o estudante necessitará compreender a situação – problema, interpretar os valores e construir a lei da função para assim encontrar os valores solicitados na letra b e c da questão de número 9.

Figura 3 :Questão envolvendo área.

6. Considere o losango cujas medidas estão indicadas a seguir, em centímetros.



A área do losango pode ser calculada pela fórmula $S=\frac{D\cdot d}{2}$, em que *D* e *d* correspondem às medidas da diagonal maior e menor, respectivamente.

a) Determine a função $S(x)=ax^2+bx+c$, correspondente à área desse losango. $S(x)=2x^2+5x-3$

b) Qual é a área do losango para $x=3$? E para $x=8$? 30 cm²; 165 cm²

c) Faz sentido calcular a área do losango para $x=0{,}4$? Justifique. Resposta no final do livro.

Fonte: SOUZA, 2013, p.117

Figura 4: Questão conectando matemática com outras Ciências.

50. A popularização do vôlei no Brasil ocorreu no fim da década de 1970 e início da década de 1980. Um dos responsáveis foi o jogador Bernard Rajzman, que estreou aos 17 anos na seleção brasileira, foi capitão e um dos líderes da "geração de prata", assim chamada por ter conquistado a medalha de prata nos Jogos Olímpicos de Los Angeles, em 1984. Em 1982, o ginásio do Maracanãzinho, localizado no Rio de Janeiro, foi palco do primeiro Mundialito de vôlei. Na vitória brasileira sobre a extinta União Soviética, por 3 sets a 2, Bernard deu pela primeira vez, em competição internacional, o famoso saque "jornada nas estrelas". Sua estratégia era ficar de lado para a quadra, com o ombro direito paralelo à linha de fundo, lançar a bola suavemente para cima e golpeá-la com o braço direito. A bola alcançava cerca de 25 m, e fazia essa jornada com efeito, o que dificultava a recepção dos adversários.

Bernard executando o saque "jornada nas estrelas" em uma partida de 1984.

Em uma partida de vôlei, na aula de educação física, Rafael utilizou a jogada inventada por Bernard, executando o saque "jornada nas estrelas". O saque de Rafael descreveu aproximadamente uma trajetória parabólica que pode ser descrita pela função $h(x)=-0{,}398d^2+5{,}572d$, em que *d* representa a distância percorrida horizontalmente em metros, e *h*, a altura, também em metros.

a) Qual foi a distância horizontal que o saque de Rafael alcançou? 14 m

b) Qual foi a altura máxima alcançada pela bola no saque de Rafael? 19,5 m

c) Esboce um gráfico relacionando a distância e a altura alcançadas pela bola com $0\leq d\leq 14$.

.

Fonte: SOUZA, 2013, p. 137.

Figura 5: Questão com situação-problema de Matemática.

55. Certo *buffet* foi contratado para a realização de uma festa para 200 convidados. O *buffet* cobrará R$ 36,00 por pessoa, se todos os convidados comparecerem; caso contrário, para cada convidado que faltar será acrescentada a quantia de R$ 0,50 por convidado que comparecer.

a) Se todos os convidados comparecerem, qual será a despesa com o *buffet*? R$ 7 200,00

b) Expresse, por meio de uma função, a relação entre a receita *R* do *buffet* e o número de convidados *c* que não comparecerem à festa. $R(c)=-0{,}5c^2+64c+7\,200$

c) Quantos convidados precisam comparecer para que a receita do *buffet* seja a maior possível? 136 convidados

d) No máximo, quantos reais o *buffet* pode arrecadar nessa festa? R$ 9 248,00

Fonte: SOUZA, 2013, p. 138.

Em relação ao segundo critério de classificação, este verificou as situações do cotidiano, conexões internas a Matemática e também as ligações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Contabilizamos treze questões (22% do total) que envolvem situações do cotidiano do aluno como por exemplo a conta feita para determinar o valor da despesa do *buffet* na realização de uma festa na Figura 5.

Na figura 3 temos um exemplo de questão com conexões internas na matemática, pois além do aluno desenvolver a habilidade de construir a lei da função ele precisa aplicar o conhecimento prévio de área de figuras planas. O total de questões com esse critério de classificação é quarenta e quatro questões representando 73% das atividades.

No que tange as conexões da Matemática com outras ciências, o livro analisado deixa a desejar, pois apenas três das 50 atividades (que representam 5% do total) necessitam a utilização da função do segundo grau abrangem ligações com outras áreas, tais como: a História e a Biologia, sendo que duas dessas conexões são com a Física, uma com a Biologia. Como podemos exemplificar na figura 4.

O terceiro critério buscou explorar o tipo de tratamento utilizado nas questões do livro didático. O tratamento algébrico pode ser observado em vinte e duas das cinquenta questões, representando 37% do total de questões. Esse tratamento é caracterizado pela construção de equações algébricas a partir de situações-problemas propostas nas questões de função. Sendo este o tipo de tratamento dominante nas atividades, podemos observar um exemplo na Figura

6. Enquanto que o tratamento numérico está presente em vinte e cinco das cinquenta questões simulando 43% da totalidade das questões. Este tipo de tratamento é caracterizado pela objetividade das atividades e suas respectivas soluções. Como podemos visualizar um modelo na Figura 7.

Figura 6 :Tratamento Algébrico.

48. Um projétil, lançado do nível do solo, atingiu altura máxima de 78,4 m. Sabendo que esse projétil retornou ao solo após um tempo t=8s, qual das funções melhor representa a altura desse projétil em função do tempo *t*? b

a) $f(t)=-9{,}8t^2+39{,}2t$ c) $f(t)=4{,}9t^2-39{,}2t$

b) $f(t)=-4{,}9t^2+39{,}2t$ d) $f(t)=-9{,}8t^2-4{,}9t$

Fonte: SOUZA, 2013, p.137

Figura 4: Tratamento Numérico.

64. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações.

a) $3x^2+18x+15<0$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid -5<x<-1\}$

b) $-x^2+14x-48\leq 0$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid x\leq 6 \text{ ou } x\geq 8\}$

c) $2x^2+x-1>0$ $S=\left\{x\in\mathbb{R}\mid x<-1 \text{ ou } x>\frac{1}{2}\right\}$

d) $-2x^2<5$ $S=\mathbb{R}$

e) $-18\leq x-\frac{x^2}{3}$ $S=\{x\in\mathbb{R}\mid -6\leq x\leq 9\}$

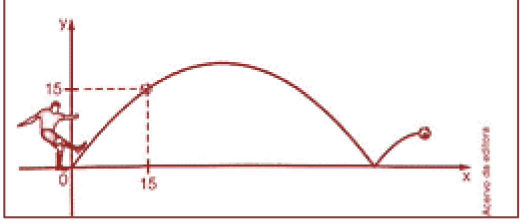
f) $(x-6)^2\geq 0$ $S=\mathbb{R}$

Fonte: SOUZA, 2013, p. 143.

O último tratamento analisado nas questões são os gráficos. Estes somam apenas treze do total de cinquenta questões simulando 20% destas. De acordo com os PCN'S (1999), um dos alvos da Matemática é proporcionar ao estudante uma aprendizagem autêntica e significativa da leitura, interpretação e construção de gráficos, uma vez que a sociedade atual exige constantemente. Podemos visualizar um exemplo desse tipo de questão na Figura 8 abaixo.

Figura 8: Tratamento Gráfico

26. Em uma partida de futebol, ao ser chutada por um jogador, a bola descreveu, até tocar o solo, uma trajetória definida pela função $y=\frac{4}{3}x-\frac{1}{45}x^2$, em que *y* corresponde à altura da bola em relação ao solo após ter percorrido horizontalmente uma distância *x*. Observando o esquema e considerando as medidas *x* e *y* em metros, qual a distância que essa bola percorreu até tocar o solo pela 1ª vez? 60 m



Fonte: SOUZA, 2013, p.127.

O último critério analisado foram os tipos de conversões e tratamentos presentes nas atividades de função do 1º grau. A tabela 01 abaixo ilustrará os números das situações que abrangem os processos e de que modo eles ocorreram.

Tabela 01: Tipos de Conversões e Tratamentos presentes no Livro Didático analisado.

Análise das 60 questões			
Algébrico→Natural	Simbólico→Algébrico	Natural→Algébrico	Gráfico→Algébrico
1	11	15	6
Gráfico→Natural	Algébrico→Algébrico	Natural→Natural	Natural→Gráfico
4	20	0	3

Fonte: Próprios Autores, 2016.

No livro analisado tratamentos que envolvem o tratamento algébrico da função do segundo grau são os mais explorados, sendo destacado o tratamento no sentindo Algébrico →Algébrico, que totaliza 33% das questões. Cabe ressalta que, no livro explorado, o número de conversões, que totaliza 67% das atividades, é muito maior quando comparado com o número de tratamentos.

O número expressivo de conversões em específico no sentindo Natural → Algébrico, ocorre em razão do livro abordar várias atividades que envolvem situações problemas do cotidiano em problemas abertos, e para resolvê-las o autor aponta a necessidade da conversão do registro natural para o algébrico.

4.CONSIDERAÇÕES FINAIS

No referido artigo, desenvolveu-se uma análise do livro didático selecionado, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Durval (2003), tendo como foco investigativo o modo como são propostas as atividades relacionadas à função do primeiro grau.

De acordo, com o modelo de pesquisa utilizado por Maggio e Soares (2009), tendo como base os critérios de análise já mencionados, a análise do livro didático permitiu a constatação que o autor se preocupa com a contextualização dos conhecimentos matemáticos, tendo em vista que, aborda 69% das 60 atividades analisadas como ‘‘problemas abertos’’.

Além disso, o autor busca envolver o aluno com situações do cotidiano e com conexões internas a própria matemática, porém, deixa uma lacuna na conexão entre a matemática com outras áreas do conhecimento, destinando apenas 5% das 50 atividades para esse critério.

Além do mais, o livro enfatiza o tratamento algébrico, correspondendo 33% das 50 atividades, um ponto positivo, pois, o tratamento algébrico é caracterizado pela objetividade e interpretação das atividades. O livro não explora de maneira significativa os registros relacionados ao gráfico da função do segundo grau, somando apenas 21% das 60 atividades, o que não possibilita uma aprendizagem significativa dos alunos de um registro tão presente no cotidiano dos educandos.

Assim, considerando que a maioria dos professores tem como base, principalmente, os livros didáticos para planejar e conduzir suas aulas observamos que o livro analisado, ajudará nas dificuldades em trabalhar com situações-problema, contudo o professor precisa estar atento para os registos gráficos, uma vez que estes foram pouco explorados pelo autor, tendo em vista, que o livro irá refletir no ensino da matemática na sala de aula.

De acordo com Freire (1998, p. 25):

> ‘‘Ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos, nem formar a ação pela qual um sujeito criador da forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não reduzem a condição de objetos, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Ensinar é criar possibilidades para a produção do conhecimento.’’

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática - Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.

[2] Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais Matemática - Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998.

[3] Barros, Aidil Jesus da Silveira & LEHFELD, Neide Aparecida de Souza.Fundamentos da Metodologia Científica. 3º Ed. Editora: Makron. 2007.

[4] Duval, Raymond. Registre de représentation sémiotique et foucionnement cognitif la penséé. Annales de Didactique es de Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP. 1993.

[5] , Raymond. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

[6] , Raymond. Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física. 2009.

[7] Freire, P. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários para a prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

[8] Maggio, Pedroso Deise & Soares, Maria Arlita da Silveira. Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio. In: Encontro Gaucho de Educação Matemática, 10. (X EGEM). Ijui – RS. 2009.

[9] Messia, Andre Luiz dos Santos. O uso de função em física e no cotidiano. Projeto Teia do Saber. São Paulo; 2006.

[10] Paterlini, Roberto R. Aplicação da Metodologia Resolução de Problemas Abertos no Ensino Superior. Ufscar. São Paulo. 2010

[11] Pereira, Cícero da Silva. Aprendizagem em trigonometria contribuições da teoria da aprendizagem significativa; Encontro Nacional de Educação Matemática, 11. (Xi Enem); Curitiba; 2013.

[12] vesentini, José William. A questão do livro didático no ensino da Geografia Novos caminhos da Geografia in Caminhos da Geografia. Ana Fani Alessandri Carlos(organizadora). 5.ed.,1ªreimpressão- São Paulo: Contexto,2007.

Capítulo 3

Contextualizando funções matemáticas

Paulo Tadeu Gandra Campos
Chang Kuo Rodrigues

Resumo: Esse trabalho tem por objetivo apresentar um dos resultados extraído da dissertação de mestrado “A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio”. Essa dissertação nasceu da observação das mudanças provenientes da oficialização do ENEM como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior da quase totalidade das instituições públicas do país. Por meio da metodologia Engenharia Didática, da Teoria Antropológica do Didático e da Matriz de Referência do ENEM estruturamos e respaldamos nossa pesquisa e aqui pretendemos apresentar uma opção para professores da Educação Básica de como melhor servir seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Teoria Antropológica do Didático; Exame Nacional do Ensino Médio; Função Matemática.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho é consequência da dissertação de Mestrado “A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio”, a qual originou-se a partir da percepção das mudanças ocorridas na Educação Básica provenientes da substituição da maioria dos clássicos vestibulares das universidades federais do país pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Percebemos mudanças nos conteúdos, na fala dos professores e nos livros didáticos, uma vez que, a abordagem contextualizada das questões do ENEM difere da abordagem de grande parte dos antigos clássicos vestibulares do país e, concordando ou não, o exame que seleciona os estudantes para o ingresso no ensino superior é quem, na maioria das vezes, dita os conteúdos a serem abordados na Educação Básica do nosso país.

Assim, a dissertação foi estruturada segundo a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática e teve como principal questão de pesquisa a seguinte pergunta de partida: “As questões de matemática contextualizadas com situações do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento podem ser mais eficazes, atingindo positivamente uma parcela maior de alunos com relação à aprendizagem dessa disciplina?”. Na tentativa de responder tais questões, propomos aos estudantes a resolução de dois tipos de atividades. A primeira delas por nós classificada como “atividades de contexto matemático” e a segunda, “atividades de contexto cotidiano”.

Essa etapa da pesquisa nos permitiu, à luz das competências e habilidades do ENEM e da Teoria Antropológica do Didático, pensar meios para adaptar ou criar questões no formato de contexto cotidiano, que sejam “equivalentes” a questões de contexto matemático. Nessa Comunicação Científica apresentaremos o modo como criamos e/ou adaptamos tais questões e os critérios de equivalência das mesmas, como sugestão a professores da Educação Básica para melhor servir seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM.

2.METODOLOGIA

A Metodologia de Pesquisa da escola francesa de Educação Matemática, Engenharia Didática, desenvolvida por Michele Artigue (1988), é composta por quatro fases: Análises preliminares, Concepção e análise *a priori,* Experimentação e Análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase fizemos a Revisão da Literatura, apontamos o Embasamento Teórico, a Problemática de Pesquisa e a metodologia de pesquisa. Como embasamento teórico adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), e a Matriz de Referência do ENEM. A TAD, de Yves Chevallard (1996), permite ao professor pesquisador uma análise detalhada na resolução das questões apresentadas pelos alunos e, para isso, se baseia em quatro termos, a saber: *tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ).

No contexto da TAD, uma *tarefa* (T) é identificada por um verbo de ação que deve estar acompanhado de um conteúdo em estudo. Em outras palavras, identificar a *tarefa* (T) em uma atividade matemática significa apontar o que o problema quer que descubramos.

Uma *técnica* (τ) é um modo de proceder a fim de realizar uma *tarefa* (T).

> *[...] a realização de toda <u>tarefa</u> provém de se colocar em ação uma <u>técnica</u>.*
>
> *O sentido do termo <u>técnica</u> é mais amplo do que o usual; não é apenas um procedimento estruturado e metódico, mas, uma maneira particular de se realizar determinada <u>tarefa</u>. (BOSCH; CHEVALARD, 1999 apud MIGUEL, 2005, p.35, <u>grifo nosso</u>)*

Uma *tecnologia* (θ) é um discurso descritivo e justificativo das *técnicas* (τ) empregadas para tentar realizar uma *tarefa* (T). As *tecnologias* (θ), assim como as *técnicas* (τ), empregadas devem ser reconhecidas pela instituição em que estão inseridas.

> *A existência de uma <u>técnica</u> supõe a existência subjacente de um discurso interpretativo e justificativo da <u>técnica</u> e de âmbito de aplicabilidade e validade. Chamaremos esse discurso sobre a <u>técnica</u> de uma <u>tecnologia</u>.*
>
> *(CHEVALLARD et al., 2001 apud SABO, 2010, p. 58, <u>grifo nosso</u>)*

A respeito da *tecnologia* (θ), em alguns casos, é possível, na própria *técnica* (τ), identificá-la por completo, em outros, apenas parte dela. Segundo Chevallard (1999 apud SABO, 2010, p.58), “qualquer que seja o tipo de tarefa, a *técnica* relativa a esta *tarefa* estará sempre associada a uma *tecnologia* ou a um vestígio da *tecnologia*”.

A *teoria* (Θ) justifica e garante a veracidade da *tecnologia* (θ), pois a partir dela podemos generalizar os conhecimentos em outras situações similares.

> *A teoria é a especulação abstrata da tecnologia; no plano teórico estão as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes e abstratas que servem para explicar, justificar e produzir tecnologias. (MIGUEL, 2005, p. 36, grifo nosso)*

A *teoria* (Θ) é chamada de *tecnologia* (θ) da *tecnologia* (θ) e, segundo Chevallard (1996 apud RODRIGUES, 2009 p. 46), "a *teoria* (Θ) é o nível superior de justificativa-explicação-produção e nem sempre está presente numa atividade."

Em síntese, a TAD é norteada por quatro estágios "*tarefa* (T), *técnica* (τ), *tecnologia* (θ) e *teoria* (Θ)". O cumprimento de toda *tarefa* (T) é proveniente da utilização de uma *técnica* (τ), justificada pela *tecnologia* (θ), que é garantida pela *teoria* (Θ).

Criado, em 1998, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) era composto, até 2008, por uma redação com tema proposto e 63 questões objetivas e contextualizadas. A partir de 2009, o Ministério da Educação implementou mudanças no exame, dentre as quais passou a ser utilizado como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior da quase totalidade das instituições públicas do país.

Dentre outras mudanças, o *Novo ENEM*, como passou a ser chamado a partir de 2009, ganhou novo formato, e o seu conteúdo passou a ser definido a partir da Matriz de Referência em quatro áreas do conhecimento, a saber: Linguagens, códigos e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas e suas tecnologias[1]. Assim, cada uma dessas quatro áreas do conhecimento passou a ter número determinado de questões em um total de 180 e o exame passou a se estender por dois dias, com 90 questões por dia, além de, no segundo dia, também ser aplicada a redação.

Diferentemente dos vestibulares tradicionais, o *Novo ENEM* não é baseado em conteúdos específicos e sim em uma Matriz de Referências constituída por Competências e Habilidades. Comum a todas as áreas de conhecimento, os Eixos Cognitivos apresentam:

> I. Domínio de linguagens (DL): dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.
>
> II. Compreensão de fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos históricogeográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.
>
> III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
>
> IV. Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.
>
> V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural. (BRASIL, 2013, p.1)

Embora na área de Matemática e suas Tecnologias, sejam apresentadas sete Competências, e cada uma delas possua certo número de Habilidades, vamos focar naquelas que se referem ao objeto matemático "função" que são exigidas para solucionar as tarefas presentes nesse trabalho.

[1] Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas>. Acesso em: 14 jul. 2015.

> *Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.*
>
> *H19 - Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.*
>
> *H20 - Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.*
>
> *H21 - Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.*
>
> *H22 - Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.*
>
> *H23 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.*
>
> *Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.*
>
> *H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.*
>
> *H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.*
>
> *H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos. (BRASIL, 2009, p.5-7)*

A respeito da Problemática da Pesquisa, não entraremos em mais detalhes uma vez que já foram elencadas na introdução deste trabalho. E sobre a metodologia de pesquisa, escolhemos a Engenharia Didática e, como o leitor pode perceber, ela está organizando o presente trabalho.

Na segunda fase da metodologia, na Concepção e análise *a priori,* temos dois tipos de variáveis, as Macrodidáticas e as Microdidáticas.

As variáveis Macrodidáticas, as quais pontuamos, primeiramente, a pesquisa que fizemos selecionando questões de função, por nós classificadas como de "contexto matemático", nos vestibulares da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) no período de 2009 a 2013. Em um segundo momento, de acordo com algumas questões que encontramos na pesquisa feita inicialmente, formulamos e/ou adaptamos questões no formato "contexto cotidiano". Dessa maneira, passamos a contar com pares de questões, uma de contexto matemático e outra de contexto cotidiano. Em seguida, determinamos critérios de equivalência entre as questões de contexto matemático dos vestibulares da UFJF e as questões de contexto cotidiano que criamos e/ou adaptamos. Essa equivalência foi construída com base nas Competências e Habilidades da Matriz de Referência do ENEM e se resume a dois pontos:

I) As questões devem apresentar, no mínimo, uma competência em comum e mesmas habilidades segundo a matriz de referência do ENEM. Exceto, as habilidades que se referem à intervenção da realidade e a situações-problema, uma vez que estas não podem ser contempladas em questões de contexto matemático, pois as questões de contexto matemático são voltadas apenas para a matemática, não havendo conexão com o cotidiano.

II) As questões devem apresentar o mesmo objeto matemático, diferindo, apenas, pelo contexto em que estão inseridas.

Finalmente, no quarto momento, efetuamos a resolução dessas questões à luz da Teoria Antropológica do Didático.

Assim, após concluir as etapas das variáveis macrodidáticas, obtemos três pares de questões, embora apresentaremos apenas dois no presente trabalho.

Não entraremos em detalhes a respeito das variáveis microdidáticas pois, assim como a terceira e quarta fases da metodologia Engenharia Didática, a Experimentação e a Análise *a posteriori* e validação, respectivamente, para o presente trabalho, fogem do cerne do tema, "Contextualizar Funções Matemática", uma vez que já apresentamos os critérios de equivalência entre os dois tipos de questões (contexto cotidiano e contexto matemático) faltando, agora, apresentar as questões propriamente ditas.

3. RESULTADOS

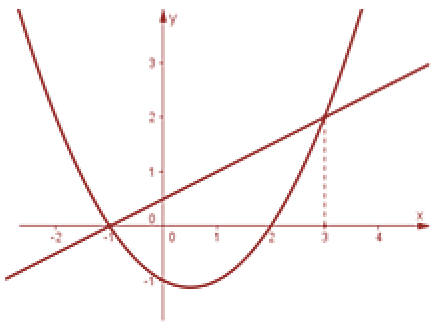
Direcionamos tais questões para professores da Educação Básica com o intuito de deixar sugestões sobre como aproximar questões de contexto matemático das de contexto cotidiano, além de criar um modo de compará-las. Acreditamos que de posse de pares de questões equivalentes os professores poderão servir melhor seus alunos quanto ao novo modelo de questão praticado pelo ENEM. Também deixamos a sugestão da utilização da Teoria Antropológica do Didático (TAD) tanto para a formulação de avaliações como para a correção das mesmas.

Seguem abaixo dois pares de questões trabalhados durante o desenvolvimento da pesquisa:

A Questão 1, Figura 1, foi retirada do clássico vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF, do ano de 2010.

Figura 1 – Questão 1 – UFJF 2010

Questão 1 (UFJF 2010) No plano cartesiano abaixo, estão representados os gráficos de uma função f, do 1º grau, e de uma função g, do 2º grau.



Considerando o conjunto $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) - g(x) > 0\}$, é correto afirmar que:

a) $S =]-1, 3[$ b) $S =]-1, 2[$ c) $S =]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$ d) $S =]3, +\infty[$ e) $S = \emptyset$

Disponível em: http://www.vestibular.ufjf.br/antenado/vestibular-e-pism/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos/pg2009/. Acesso em: 15 out. 2013.

Para a resolução à luz da TAD, destacamos na Questão 1, Figura 1:

- *Tarefa* (T): Distinguir a função cujo gráfico é uma reta da função cujo gráfico é uma parábola e identificar para quais valores de x os valores numéricos da função f são superiores aos da função g.
- *Técnica* (τ):

A reta é o esboço do gráfico da função f. (1)

A parábola é o esboço do gráfico da função g. (2)

Sabendo quais são os gráficos de f e g, por meio de análise de gráficos, observamos que f está acima de g, para x variando de -1 até 3.

- *Tecnologia* (θ): Na passagem (1), concluímos que o gráfico de f é a reta, pois toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta.

Na passagem (2), concluímos que o gráfico de g é a parábola, pois toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola.

- *Teoria* (Θ): Na *tecnologia* (θ) utilizamos, primeiramente, o conceito de função polinomial do primeiro grau que é uma função cuja expressão geral é $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, cujo gráfico é uma reta[2].

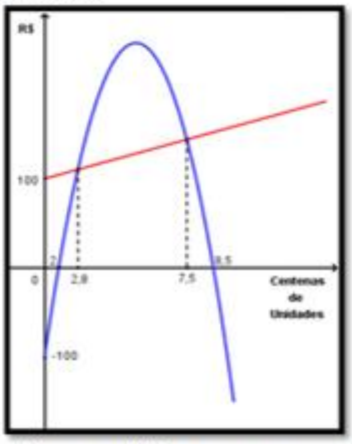
Na segunda parte da *tecnologia* (θ) utilizamos o conceito de função polinomial do segundo grau, cuja expressão geral é $g(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$[3].

Segundo a Matriz de Referência do ENEM, essa questão apresenta as competências de área 5 e 6 com suas respectivas e as habilidades H20, H22, H25 e H26[4].

A seguir, a Questão proposta 1, Figura 2, que formulamos, nos baseando a partir da Questão 1 do clássico vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF de 2010.

Figura 2 – Questão proposta 1

Questão proposta 1 O Departamento Financeiro de uma empresa de cosméticos apresentou um relatório referente aos lucros e/ou prejuízos do ano de 2010. O gráfico abaixo, contido no relatório, apresenta a função Lucro (L), do 2º grau e a função Custo (C), do 1º grau para a produção e venda de x centenas de unidades de cosméticos.



A faixa de número de peças produzidas e vendidas que compreende lucro superior aos custos dessa empresa é:

a) Entre -100 e 100. b) Entre 0 e 280. c) Entre 200 e 850.
d) Entre 280 e 750. e) Entre 280 e 850.

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a resolução à luz da TAD, destacamos na Figura 2, o desenvolvimento da Questão proposta 1 elaborada por nós:

- *Tarefa* (T): Distinguir a função cujo gráfico é uma reta da função cujo gráfico é uma parábola, identificar em que faixa de número de cosméticos produzidos e vendidos teremos lucro maior que os custos e reconhecer a escala gráfica utilizada no eixo horizontal.

- *Técnica* (τ): Chamaremos Lucro (L) e Custo (C).

O gráfico de C é a reta (3)

O gráfico de L é a parábola. (4)

Sabendo quais são os gráficos de L e C, por meio de análise de gráficos, observamos que L está acima de C, entre 2,8 (x 100) e 7,5 (x 100) unidades de cosméticos produzidos e vendidos.

[2] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador desse trabalho.

[3] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador desse trabalho.

[4] Ver páginas 4 e 5 desse trabalho.

- *Tecnologia* (θ): Na passagem (3), concluímos que o gráfico de C é a reta, pois toda função do primeiro grau possui por gráfico uma reta.

Em (4), concluímos que o gráfico de L é uma parábola, pois toda função do segundo grau possui por gráfico uma parábola.

Teoria (Θ): Primeiro, na *tecnologia* (θ), utilizamos o conceito de função do primeiro grau, que é uma função cuja expressão geral é $y = ax + b$, $a \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$, cujo gráfico é uma reta[2].

Em um segundo momento, utilizamos o conceito de função do segundo grau, que é uma função cuja expressão geral é $y = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$[3].

Quanto à Matriz de Referência do ENEM, essa questão apresenta, as competências de área 5 e 6, e as respectivas habilidades H20, H22, H25 e H26[4].

Assim, o par de questões apresentados acima contém as mesmas competências e habilidades segundo a Matriz de Referência do ENEM, além de apresentarem o mesmo objeto matemático função do primeiro e segundo graus, ou seja, são classificadas como equivalentes.

A Questão 2, Figura 3, foi retirada do vestibular da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF, na modalidade Educação à Distância do ano de 2010.

Figura 3 – Questão 2 – UFJF EAD 2010

Questão 2 (UFJF EAD 2010) O valor máximo da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 7 - 2 \cdot \text{sen}(x)$, é igual a:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 9 e) 11

Disponível em: http://vestibular.brasilescola.com/downloads/universidade-federal-juiz-fora.htm. Acesso em: 15 out 2013.

A seguir, a resolução, à luz da TAD, da Questão 2, Figura 3:

- *Tarefa* (T): Calcular o máximo valor numérico da função f(x) fornecida.
- *Técnica* (τ):

$$-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1 \qquad (5)$$

$$\text{sen}(x) \geq -1 \quad \text{e} \quad \text{sen}(x) \leq 1 \qquad (6)$$

$$2 \cdot \text{sen}(x) \geq -2 \quad \text{e} \quad 2 \cdot \text{sen}(x) \leq 2 \qquad (7)$$

$$-2 \cdot \text{sen}(x) \leq 2 \quad \text{e} \quad -2 \cdot \text{sen}(x) \geq -2 \qquad (8)$$

$$7 - 2 \cdot \text{sen}(x) \leq 7 + 2 \quad \text{e} \quad 7 - 2 \cdot \text{sen}(x) \geq 7 - 2 \qquad (9)$$

$$\underbrace{7 - 2 \cdot \text{sen}(x)}_{f(x)} \leq 9 \quad \text{e} \quad \underbrace{7 - 2 \cdot \text{sen}(x)}_{f(x)} \geq 5 \qquad (10)$$

$$5 \leq f(x) \leq 9 \qquad (11)$$

- *Tecnologia* (θ): Em (5), a função trigonométrica seno é limitada, variando de -1 até 1.

Em (6), separação das desigualdades sucessivas em duas.

Em (7), a multiplicação de números positivos, no caso 2, em desigualdades, não altera o sentido das mesmas.

Em (8), a multiplicação de números negativos, no caso -1, em desigualdades altera o sentido das mesmas.

Em (9), a adição de valores iguais nos dois membros das desigualdades preserva o sentido das últimas.

Em (10), reconhecimento da expressão f(x) em cada uma das desigualdades.

Em (11), junção das duas desigualdades em uma única.

- *Teoria* (Θ)[5].

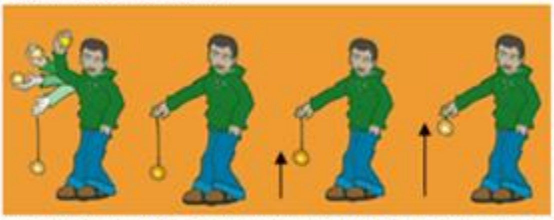
No que se refere à Matriz de Referência do ENEM, apontamos para a competência e habilidades:

- Competência de área 5, com as habilidades H19 e H22[4].

A seguir, a Questão proposta 2, Figura 4, que surgiu inspirada nas ideias apresentadas na Questão 2, Figura 3.

Figura 4 – Questão proposta 2

Questão proposta 2 O ioiô é um brinquedo constituído de uma corda ou barbante conectado a uma peça de plástico ou acrílico, por exemplo, que amarrada a um dos dedos da mão pode criar bons momentos de diversão. Com movimentos de subida e descida, pessoas treinadas em manejar um ioiô são capazes de executar várias manobras.



Fonte: http://www.facebook.com/TulaBombonieree Cia (modificado). Acesso em: 03 Mai 2013.

A imagem acima mostra um garoto brincando com seu ioiô, no qual o brinquedo é arremessado para baixo até que atinja uma altura mínima e, assim, retorna para sua mão, ou seja, atinge a altura máxima. Suponha que a distância da mão do garoto até o chão se mantenha constante e que o movimento de descida e de subida do ioiô seja descrito pela função $h(t) = 1 - 0,2 \cdot \text{sen}(t)$, sendo h a altura em metros, do brinquedo, e t, o tempo decorrido, em segundos, após o lançamento do mesmo. A altura mínima alcançada por esse ioiô está entre:

a) 0,6 m e 0,8 m. b) 0,7 m e 0,9 m. c) 0,8 m e 1,0 m. d) 0,9 m e 1,1 m. e) 1,0 m e 1,2 m.

Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo a TAD, a resolução da Questão proposta 2, Figura 4, é:

- *Tarefa* (T): Calcular a altura mínima alcançada pelo ioiô.
- *Técnica* (τ):

[5] Devido ao alto grau de complexidade na demonstração de que a função trigonométrica f(x) = sen(x), é limitada, deixamos tal explicação para a dissertação "A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio", trabalho que gerador dessa Comunicação Científica.

$$-1 \leq sen(t) \leq 1 \tag{12}$$

$$-1 \leq sen(t) \quad e \quad sen(t) \leq 1 \tag{13}$$

$$-0,2 \leq 0,2 \cdot sen(t) \quad e \quad 0,2 \cdot sen(t) \leq 0,2 \tag{14}$$

$$0,2 \geq -0,2 \cdot sen(t) \quad e \quad -0,2 \cdot sen(t) \geq -0,2 \tag{15}$$

$$1 + 0,2 \geq 1 - 0,2 \cdot sen(t) \quad e \quad 1 - 0,2 \cdot sen(t) \geq 1 - 0,2 \tag{16}$$

$$1,2 \geq \underbrace{1 - 0,2 \cdot sen(t)}_{h(t)} \quad e \quad \underbrace{1 - 0,2 \cdot sen(t)}_{h(t)} \geq 0,8 \tag{17}$$

$$0,8 \leq h(t) \leq 1,2 \tag{18}$$

- *Tecnologia* (θ): (12) A função trigonométrica seno é limitada, variando de -1 até 1.

(13) Separação da dupla desigualdade em duas.

(14) A multiplicação de números positivos, no caso, 0,2, em desigualdades, não altera o sentido das mesmas.

(15) A adição de valores iguais nos dois membros das desigualdades preserva o sentido das mesmas.

(16) Soma e subtração de números fracionários de mesmo denominador.

(17) Reconhecimento da expressão h(t) em cada uma das desigualdades.

(18) Junção das duas desigualdades em uma única.

- *Teoria* (Θ)[5]

  No que se refere à Matriz de Referência do ENEM, apontamos para a competência e habilidades:

- Competência de área 5, com as habilidades H19, H22 e H23[4].

Assim, o par de questões acima apresenta mesmo objeto matemático contém as mesmas competências e pelo menos uma habilidade em comum, ou seja, são classificadas como equivalentes.

4.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante desta abordagem, esperamos que esta pesquisa possa servir como referência para os professores de Matemática, no sentido de valorizar os diferentes meios em que os alunos encontram para solucionar as tarefas disponíveis, além de consolidar os conceitos matemáticos por meio de habilidades específicas sugeridas na Matriz de Referência do Enem.

A realização das tarefas segue ao encontro da Teoria Antropológica do Didático quando valoriza os meios pelos quais o sujeito desenvolve a construção de um saber que foi ensinado e, por isso, o professor que transformou este saber a ser ensinado, se faz também um sujeito que está em ação no processo de ensinar, objetivando, sobretudo, que o aluno aprenda.

REFERÊNCIAS

[1] Almouloud, Saddo Ag. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: UFPR, 2007.

[2] Brasil, Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

[3] _____. Secretaria da Educação Básica. Matriz de Referência para o ENEM. Brasília: Mec, 2009. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/enem/conteudo-das-provas> Acesso em: 23 jun. 2013.

[4] Campos, Paulo Tadeu Gandra. A Influência do Cotidiano nas Questões de Função do Exame Nacional do Ensino Médio. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora.

[5] Miguel, Maria Inez Rodrigues. Ensino e Aprendizagem do Modelo Poisson: uma experiência com modelagem. São Paulo, 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

[6] Pais, Luiz Carlos. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

[7] Rodrigues. Chang Kuo. A Função do Cotidiano e o Cotidiano das Funções. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade de Santa Úrsula.

[8] _____, Chang Kuo. O Teorema Central do Limite: um estudo ecológico do saber e do didático. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

[9] SABO, Ricardo Dezso. Saberes Docentes: Análise Combinatória no Ensino Médio. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Capítulo 4

A formação inicial e os conceitos sobre dois temas controversos na prática do professor de matemática: Indeterminação e divisão por zero

Rogério Starich Silva

Resumo: Esse trabalho é parte de uma pesquisa sobre os conceitos de números e operações que os estudantes da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri possuem. Nessa etapa, examinou-se as duas primeiras questões de um teste contendo dez questões. O objetivo era explorar alguns aspectos da compreensão desses estudantes sobre dois assuntos da matemática escolar, a indeterminação do tipo zero elevado a zero e a divisão por zero. A amostra da pesquisa compreendeu aproximadamente 42% dos estudantes matriculados no curso, com uma distribuição amostral que contemplava, representativamente, todos os períodos de matrícula existentes no curso no momento da pesquisa. Os resultados apontaram que a maioria dos estudantes optam por fundamentar suas explicações para os casos pesquisados exclusivamente em regras memorizadas na educação básica e as disciplinas cursadas não interferiram significativamente nos conceitos que eles já possuíam.

Palavras-chave: Conceitos; indeterminação; divisão por zero; formação inicial.

1.INTRODUÇÃO

Quando se trata da formação do professor de matemática, surgem várias discussões sobre o que é realmente necessário para promover tal formação. Algumas dessas discussões são tradicionalmente dialéticas e têm, segundo Fiorentini e Oliveira (2013), fundamento numa tricotomia entre formação matemática, formação didático-pedagógica e prática profissional. Para se romper com essa tradição tricotômica são sugeridas algumas mudanças em relação à prática e à pesquisa da formação de professores, mudanças que devem ser orientadas pela problemática e por investigações que confrontem a formação na licenciatura e a complexidade da prática da matemática escolar.

Nesse sentido, Moreira e David (2007) apresentam uma divergência entre a *matemática acadêmica* e a *matemática escolar*, onde definem a *matemática acadêmica* como aquela que é reproduzida no ensino superior proveniente dos trabalhos de matemáticos, cujo os tipos de objetos com os quais se trabalha, os níveis de abstração em que se colocam as questões e a busca permanente de máxima generalidade nos resultados fazem com que haja ênfase nas estruturas abstratas, no processo rigorosamente lógico-dedutivo e na extrema precisão de linguagem. Enquanto que a *matemática escolar* é aquela que é essencial ao professor de matemática da educação básica, desenvolvida num contexto educativo, com definições mais descritivas, com formas alternativas de demonstrações mais acessíveis ao aluno em cada um dos estágios escolares, usando-se de argumentações, apresentações de conceitos ou resultados variados, fazendo reflexão profunda sobre a origem dos erros dos alunos, etc.

Os reflexos de tal divergência são sensíveis nos resultados de trabalhos como o de Ball (1998) e o de Moreira (2004), revelando que muitos professores e estudantes de licenciatura possuem dificuldades com alguns conceitos de matemática elementar que são necessários a sua prática escolar e que a formação obtida pouco contribuiu para o exercício de tal prática. Por esse motivo, os professores recorrem aos conceitos provenientes da sua própria educação básica, anterior ao curso superior, para o exercício profissional, conforme afirma Klein (2009):

> Os jovens estudantes universitários são confrontados com problemas que nada têm a ver com as coisas que estudaram na escola e, naturalmente, esquecem-nas rapidamente. Quando, depois de completarem o curso, se tornam professores confrontados com a necessidade de ensinar a matemática elementar na forma adequada ao grau de ensino, primário ou secundário, a que se dedicam, e como não conseguem estabelecer praticamente nenhuma relação entre esta tarefa e a matemática que aprenderam na universidade, facilmente aceitam o ensino tradicional, ficando os estudos universitários como uma memória mais ou menos agradável que não tem influência na sua forma de ensinar. (KLEIN, 2009, p. 1)

Partindo desse contexto, foi empreendida uma pesquisa acerca dos conceitos de números e operações que os estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática possuem e como esses conceitos se manifestam nos períodos letivos desse curso. O presente trabalho é apenas uma das partes dessa pesquisa e, nessa etapa buscou-se verificar como os estudantes do curso lidam, especificamente, com dois temas pertinentes à prática escolar, os quais são: a indeterminação numérica do tipo 0^0 e a divisão por zero. Estes temas foram escolhidos pelo fato de Lima (1991) afirmar que são temas controversos da educação básica, ou seja, sobre os quais costumam ocorrer dúvidas e divergências.

O principal objetivo foi observar se os estudantes mais avançados do curso em questão desenvolveram conceitos mais consolidados sobre esses dois temas do que os ingressantes do curso e, caso isso ocorresse, verificar-se-ia a partir de qual momento do curso isso se daria.

A pesquisa realizada teve um caráter exploratório, com aplicação de um teste de dez questões a 55 estudantes matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri porém, essa etapa da pesquisa examinou as respostas obtidas a somente duas dessas questões do teste. Para tanto, foram utilizados os setes aspectos do conhecimento de um determinado assunto em matemática (EVEN, 1990).

2.OS SETE ASPECTOS DO CONHECIMENTO DE UM DETERMINADO ASSUNTO MATEMÁTICO

No sentido de examinar, na medida do possível, os conceitos que os futuros professores possuem sobre os números e suas operações surgiram as seguintes questões: Como identificar o conhecimento que os futuros professores de matemática possuem sobre números e operações? Que conhecimentos eles possuem sobre como ensinar tais assuntos?

Responder tais questões não é fácil pois envolve, dentre outros fatores, a subjetividade intrínseca a cada indivíduo. Então, a estratégia adotada no trabalho foi empregar um quadro teórico de Even (1990) para fundamentar a identificação e a classificação das informações obtidas sob sete aspectos concernentes ao conhecimento de um determinado conteúdo matemático, os quais são justificados pela autora da seguinte maneira:

> O tema *conhecimento do professor sobre um assunto específico da matemática* é influenciado pelo que eles sabem em diferentes domínios do conhecimento. Portanto, a análise do tema *conhecimento do professor sobre um assunto específico da matemática* deveria integrar: os vários corpos de conhecimento; o papel e importância do tema na matemática e no currículo de matemática; a pesquisa e o trabalho teórico sobre a aprendizagem, conhecimento e compreensão de conceitos matemáticos de um tema geral e de um tópico específico; a pesquisa e o trabalho teórico sobre o conhecimento dos professores e seu papel no ensino. A análise deve também ter em conta a população específica em consideração. Como resultado desta análise, os sete aspectos seguintes pareciam formar as principais facetas do tema *conhecimento do professor sobre um assunto específico da matemática*. (EVEN, 1990, p. 523, tradução e grifo nosso.)

Isso indica que o conhecimento sobre os números e suas operações, examinados no contexto da formação de professores e sob a ótica dos sete aspectos dessa autora, vai além dos conceitos e definições e permeia também a prática de ensino e a visão profissional de tal prática. Os sete aspectos foram assimilados, em linhas gerais, no Quadro 1:

Quadro 1 - Sete aspectos do conhecimento de um assunto matemático

Aspecto	Descrição
1. Características essenciais	Ligado à imagem ou conjunto de imagens mentais que já foram associadas ao conceito na mente da pessoa, juntamente com o conjunto de propriedades que foram associados mentalmente ao conceito.
2. Diferentes representações	Refere-se às diferentes formas e notações que um conceito complexo pode manifestar ao longo das numerosas divisões da matemática. Diferentes representações dão diferentes percepções que permitem uma compreensão melhor, mais profunda, mais poderosa e mais completa de um conceito.
3. Formas alternativas de abordagem	As diferentes maneiras de abordar um conteúdo, diversificando as representações, os significados e as notações permitem a escolha da maneira mais adequada de abordagem para cada situação de ensino.
4. Relevância do conceito	Se um conceito abre novas possibilidades, ele ganha uma importância dentre os outros, mas se um conteúdo for visto de modo simplista, não tornará possível que outros subtópicos sejam compreendidos.
5. Repertório básico	Para cada tópico matemático é necessário que se conheça e tenha de fácil acesso a exemplos específicos que ilustrem princípios importantes, propriedades, teoremas, etc. Mas não quer dizer que seja algo simplesmente memorizado e utilizado sem entendimento, é necessário que ele dispare insights e uma compreensão mais profunda do conteúdo.
6. Entendimento e compreensão do conceito	A compreensão de um novo conceito é caracterizada pela ligações cognitivas estabelecidas entre ele e os demais conceitos já existentes na estrutura cognitiva do sujeito.
7. Conhecimento da Natureza da Matemática	É um conhecimento mais geral que orienta a construção e utilização dos conhecimentos e dos processos pelos quais as verdades matemáticas são estabelecidas.

Fonte: adaptado de EVEN (1990, p. 523-527)

Partindo desse quadro teórico, foi possível elaborar o instrumento de coleta de dados buscando identificar não somente o conhecimento de conteúdo específico que os sujeitos da amostra apresentavam, mas também a forma como eles lidam com esse conhecimento numa possível situação de ensino.

3. A METODOLOGIA

A pesquisa foi do tipo exploratória pois, segundo Gil (2009), esse tipo de pesquisa possibilita a familiarização com um problema, provocando a construção de hipóteses e tornando o problema mais explícito e patente. Dessa forma, fez-se a abordagem qualitativa dos dados obtidos por meio de duas questões de um teste aplicado a um grupo de estudantes. Esse instrumento de coleta de dados conteve dez questões abertas, uma delas versando sobre indeterminação em potenciação e a outra sobre divisão por zero, as quais foram utilizadas nesse trabalho, conforme serão apresentadas mais adiante.

A população da amostra foi constituída de 55 estudantes que aceitaram o convite em participar da pesquisa, representando um quantitativo de 42% dos estudantes matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, cuja distribuição amostral contemplou todos os períodos de matrícula do ano de 2009 ao ano de 2015. A grade curricular vigente nesse período previa um tempo mínimo de integralização curricular de 9 semestres letivos por isso, os estudantes que estavam matriculados a partir do 9º período foram incluídos num grupo denominado Concluintes.

Utilizou-se o período de matrícula como uma variável para identificar em qual momento do curso haveria alguma alteração nos conceitos manifestados pelos estudantes e, assim, seria constatada a contribuição do curso sobre a formação dos sujeitos especificamente nos aspectos avaliados pelas questões do teste.

As respostas obtidas foram examinadas de acordo com o quadro teórico dos sete aspectos (EVEN, 1990) para a discussão dos resultados.

4. OS RESULTADOS

Na Questão 1 a seguir, pretendeu-se apurar principalmente, o aspecto do *conhecimento da natureza da Matemática* onde o estudante poderia verificar a validade matemática das afirmações contidas nessa questão, revelando assim que as afirmações I e III são falsas e que apenas a afirmação II é verdadeira. Almejou-se observar também, sob o aspecto do *repertório básico*, se as justificativas utilizadas pelos estudantes estariam fundamentadas em princípios importantes, propriedades ou teoremas. Além disso, era esperado que fossem adotadas *formas alternativas de abordagem* do assunto de potenciação e que a indeterminação do tipo “zero elevado a zero” fosse manifestada nas respostas ao item (b) pois, uma vez confrontadas, as afirmações I e III produzem resultados diferentes no caso 0^0.

Questão 1

Durante uma aula sobre potenciação, um professor do ensino fundamental fez as seguintes afirmações:
Todo número elevado a zero é igual a um, por exemplo: $3^0 = 1$, $8^0 = 1$ ou $1000^0 = 1$
Todo número elevado a um é igual a ele próprio, por exemplo: $2^1 = 2$, $5^1 = 5$ ou $1000^1 = 1000$.
Zero elevado a qualquer número é igual a zero, por exemplo: $0^2 = 0$, $0^5 = 0$ ou $0^{100} = 0$.

Você já ouviu ou utilizou alguma dessas regras? Caso afirmativo, qual?
Você explicaria de outra maneira as afirmações efetuadas pelo professor? Caso afirmativo, justifique.

Nas respostas obtidas ao item (a), 53 dos 55 participantes afirmaram ter ouvido ou utilizado as regras tais como lhe foram apresentadas. Isso evidencia que há um uso indiscriminado dessas regras e que, mesmo estando as afirmações I e III matematicamente incorretas, elas são propagadas ou memorizadas pela maioria dos estudantes em algum momento da vida escolar.

Das respostas ao item (b), nenhum dos participantes confrontou as afirmações I e III da questão de modo a manifestar o aspecto do *conhecimento da natureza da Matemática* pois, mesmo demonstrando compreender parcialmente o significado da operação de potenciação, eles não conseguiram explicar o caso da indeterminação 0^0. Apenas 3 estudantes detectaram alguma discrepância na afirmação I, mas não conseguiram indicar a indeterminação (ocorrendo até a negação da sua existência), conforme pode-se ver na transcrição das respostas a seguir:

> *Exemplo 1*
>
> Sim. A I se caso a pessoa leve ao pé da letra ele poderá afirmar que $0^0 = 1$ o que é um absurdo, então eu diria que um número elevado a 0 que seja diferente de 0 é igual a 1 . (Estudante 2, 1º Período)
>
> *Exemplo 2*
>
> Sim, a afirmativa I diz que todo número elevado a 0 é 1. Na verdade é: Todo número elevado a zero exeto [SIC] o próprio zero, é igual a um, pois 0^0 não existe. (Estudante 5, 3º Período)
>
> *Exemplo 3*
>
> Sim, na primeira eu diria que nem todo número elevado a zero é um. Pois zero elevado a zero não é um. (Estudante 6, 3º Período)

Esses estudantes nada mencionaram em relação à afirmação III, talvez por julgá-la correta ou simplesmente por falta de atenção. Porém, apenas um único estudante concluinte do curso utilizou o termo indeterminação para responder ao item (b), cuja resposta é "Apenas uma observação: na III pois da forma que está escrita pode também ser usado 0^0 que é uma indeterminação." (Estudante 13, Concluinte). Apesar de identificar a indeterminação, ele não confrontou as afirmações I e III e não elaborou uma explicação melhor.

Em relação ao aspecto das *formas alternativas de abordagem*, apareceram apenas duas tentativas de demonstração , transcritas a seguir:

> *Exemplo 1*
>
> A I explicaria utilizando regras de potência, ou seja, "divisão de dois números de mesma base conserva-se a base e subtrai-se os expoentes"
>
> Ex: Seja $a, b \in R$, tal que $\frac{a^b}{a^b} = 1$, pois $a^{b-b} = a^0 = 1$ e um número dividido por ele mesmo é 1. Essa seria uma forma de justificar. (Estudante 12, Concluintes)
>
> *Exemplo 2*
>
> A I explicaria de forma diferente como já fiz uma vez para turma do 1º ano do E.M. Demonstraria através das regras de potenciação o porque de todo número elevado a zero é igual a um.
>
> Ex: $a^0 = a^{n-n} = a^n \cdot a^{-n} = \frac{a^n}{a^n} = \left(\frac{a}{a}\right)^n = 1^n = 1$. (Estudante 14, Concluintes)

Em ambos os exemplos, os estudantes não restringiram a base $a \neq 0$ utilizada, tornando a alternativa de explicação dada tão incerta quanto a própria regra em questão. Pode-se associar tais tipos de resposta ao fato destes estudantes serem concluintes do curso e, nessa etapa eles estão imergidos em disciplinas, como Álgebra e Análise, onde as demonstrações lógico-dedutivas são imperativas.

Na Questão 2, adaptada de Ball (1988), esperava-se dos estudantes respostas afirmando que a divisão proposta não é possível de ser realizada justificando matematicamente com o algoritmo euclidiano da divisão e, além disso, fornecendo elementos do seu *repertório básico* que ilustrassem a impossibilidade da divisão, o que poderia ser feito com exemplos concretos ou com contraexemplos numéricos.

Questão 2
Suponha que um estudante lhe pergunte "O que significa a operação 7 dividido por 0?". Como você o responderia?

Nessa questão registrou-se três tipos de resposta: *Tipo1* representa as respostas que contém uma argumentação razoável acerca da impossibilidade da divisão; *Tipo2* representa respostas que possuíam alguma incoerência técnica ou uma explicação pedagógica insuficiente; *Não soube*, representa respostas em branco ou que afirmavam não saber responder. Os dados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1:Tipos de resposta a Questão 2 por período de matrícula

Período	*1º*	*2º*	*3º*	*4º*	*5º*	*6º*	*7º*	*8º*	*Concluintes*
Tipo1	10,0%	0,0%	28,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	25,0%	33,3%
Tipo2	70,0%	83,3%	71,4%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	50,0%	66,7%
Não soube	20,0%	16,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	25,0%	0,0%

Fonte: Dados da pesquisa

Esses dados indicam que apenas os estudantes do 1º, 3º, 8º períodos e os concluintes elaboraram uma argumentação razoável para a divisão por zero. Como os índices do 3º, do 8º período e dos concluintes são aproximados e não há uma regularidade com os índices dos outros períodos, deduz-se que os estudantes dos períodos citados podem ter experimentado uma abordagem sobre a divisão de dois números reais de modo diferente da maioria dos estudantes do curso, mais especificamente sobre a divisão por zero. Isso foi inferido considerando haver disciplinas comuns cursadas pelos estudantes do 3º ao 7º período, porém destes só o 3º período registrou resultados do *Tipo1*.

Quanto aos resultados do *Tipo2*, notou-se que há dois fatos que levaram os estudantes a cometerem alguma incoerência técnica ou fornecer explicações insuficientes, um deles é a imagem conceitual que eles tem de divisão e também do zero como número, o outro é a fundamentação das definições matemáticas exclusivamente em regras conforme detectado também na Questão 1.

O primeiro fato é exemplificado a seguir:

> *Exemplo 1*
>
> A operação funciona da seguinte maneira. Iremos pegar o número 7 e dividi-lo pelo número 0. O que resulta no próprio número 7, pois como o zero é nulo, ou seja, não representa um “valor”. Seria o mesmo que não dividir o sete. Ex: Se você tem 7 lápis e tem que dividir com 0 pessoas, ou seja, com nínguém, você ficará com os 7 lápis. (Estudante 34, 2º período, aspas no original)
>
> *Exemplo 2*
>
> Tentaria trazer essa pergunta para algum exemplo do cotidiano dele. Por exemplo, se pegássemos 7 como o número de laranjas e 0 como o número de pessoas. Então como dividir significa também repartir, diria a eles: se repartíssemos sete laranjas entre essas 0 pessoas (no caso não tem pessoas), quantas laranjas cada um ganharia? Como não há nenhuma pessoa então ninguém ganharia nada, ou seja, $\frac{7}{0} = 0$. (Estudante 11, Finalistas)

Observa-se no Exemplo 1 a imagem conceitual do zero como número para o Estudante 34 que revelou não considerar o zero como um “valor” e isto ele fez tentando distingui-lo conceitualmente do número sete, outra situação é que ele incluiu o interlocutor na própria divisão dos sete lápis quando diz que “você ficará com os 7 lápis” e acabou realizando a operação sete dividido por um, ao invés da operação sete dividido por zero solicitada na questão. Já no Exemplo 2, o Estudante 11 demonstrou considerar o zero como uma quantidade nula de pessoas e, ao mesmo tempo, utilizou-o para representar a impossibilidade da divisão quando argumenta “ninguém ganharia nada” e traduziu isso na igualdade (incorreta) da fração apresentada. Essas respostas estão associadas ao aspecto das características essenciais quando fornecem elementos da *imagem conceitual*, porém também demonstram o aspecto do *repertório básico* quando os estudantes recorrem a analogias de exemplos concretos para tentarem explicar a divisão.

A exemplo das respostas que caracterizam o segundo fato, tem-se:

> *Exemplo 1*
>
> A operação não pode ser executada porque não podemos ter “0” (zero) no denominador. (Estudante 52, 4º período, aspas no original)
>
> *Exemplo 2*
>
> Não saberia responder com clareza, no mínimo diria que seria impossível dividir por zero. (Estudante 44, 5º período)

Tais respostas confirmam que, apesar de saberem que a divisão proposta não é possível, estes estudantes não conseguem ir além da simples regra que impossibilita tal divisão, nem estabelecer um critério matemático que justifique tal regra. Isto também é explicado por Ball (1988):

> [..] a maioria dos candidatos a professores, sejam certos ou errados, focados no significado ou em regras, não parecem se referir ao conceito mais geral da divisão para fornecerem suas explicações. Em vez disso, reconheceram a divisão por zero como um caso particular para o qual existia uma regra. (BALL, 1988, p. 76)

Para essa autora, muitos erros são cometidos pelos professores porque eles utilizam regras como explicações matemáticas e, dessa forma, não pensam no significado da operação pois, se o fizessem, controlariam a razoabilidade das suas respostas.

5.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa etapa da pesquisa procurou identificar, especificamente, os conceitos que os estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática possuem sobre a divisão por zero e sobre a indeterminação do tipo 0^0. Tal etapa é parte de uma pesquisa maior que busca examinar os conceitos sobre números e operações que esses estudantes possuem e quais as interferências do curso na formação desses conceitos.

Diante das observações feitas nessa etapa, percebeu-se que a maioria desses estudantes fundamentaram seus conceitos em regras operacionais memorizadas ainda na educação básica e, pelas respostas analisadas, é razoável admitir que o uso indistindo dessas regras ocasionaram um certo entrave no desenvolvimento das competências numéricas na maioria dos sujeitos pesquisados pois eles não conseguiram perceber ou explicar o caso de indeterminação do tipo 0^0. O mesmo ocorreu em relação à divisão por zero, onde a maioria dos estudantes aceitaram ser suficiente a regra "é impossível dividir por zero" e não procuraram explicá-la de outra maneira e nem utilizaram argumentos matemáticos como o algoritmo euclidiano da divisão, por exemplo.

Esperava-se que o desempenho das respostas apresentadas pelos estudantes que cursaram uma maior quantidade de períodos letivos revelassem conceitos numéricos mais ampliados do que os estudantes com menor quantidade de períodos letivos cursados. Contudo, à medida que as respostas do teste eram examinadas, constatou-se que os mesmo problemas detectados nos estudantes dos períodos iniciais do curso se manifestavam em todos os outros períodos. Isso aponta uma necessidade de se detectar quais conhecimentos matemáticos que os estudantes possuem sobre assuntos como esses aqui pesquisados e buscar maneiras de tornar efetiva a contribuição da formação inicial do professor de matemática nos conteúdos que serão utilizados por eles na sua prática escolar.

REFERÊNCIAS

[1] Ball, D. L. Knowledge and Reasoning in Mathematical Pedagogy: Examining What Prospective Teachers Bring to Teacher Education. Michigan: Departament Of Teacher Education. Michigan State University, v. Tese de Doutorado, 1988.

[2] Even, R. Subject Matter Knowledge for Teaching and the Case of Functions. Educational Studies in Mathematics, n. 21, p.521-544. 1990.

[3] Fiorentini, D.; Oliveira, A. T. D. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? Boletim de Educação Matemática (Bolema), 27, n. 47, p. 917-938. dezembro 2013.

[4] Gil, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4ª ed. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

[5] Klein, F. Matemática de um Ponto de Vista Superior. Lisboa: SPM, v. I. Parte I. Aritmética, 2009.

[6] Lima, E. L. Meu Professor de Matemática e outras histórias. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

[7] Moreira, P. C. O Conhecimento Matemático do Professor: Formação na Licenciatura e Prática Docente na Escola Básica. Tese (Doutorado em Educação). Belo Horizonte: Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.

[8] Moreira, P. C.; David, M. M. M. S. A Formação Matemática do Professor: Licenciatura e Prática Docente Escolar. 1ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Capítulo 5

(RE)construção do pensamento geométrico de professores numa abordagem investigativa sobre simetria de reflexão[6]

Sabrine Costa Oliveira

Resumo: Este trabalho aborda o desenvolvimento de um curso de extensão sobre transformações geométricas salientando a ligação possível entre a abordagem investigativa e o uso de materiais manipulativos. O curso semipresencial foi realizado com professores de matemática atuantes nos anos finais do ensino fundamental, em 2015, no Laboratório de Ensino de Matemática do Ifes/Vitória, e representa um recorte de uma pesquisa de mestrado. Ao longo deste trabalho, tecemos considerações sobre investigação matemática enquanto metodologia de ensino, sobre a formação do professor de matemática que vai ensinar transformações geométricas e sobre curso de extensão. Por fim, descrevemos e analisamos um recorte das experiências vivenciadas durante o curso de extensão sobre simetria de reflexão. Ao final, percebemos que os professores, nos momentos de discussão e reflexão proporcionados pelo curso, (re)construíram seus conhecimentos relacionados a simetria de reflexão e sentiram-se motivados para abordar esse conteúdo em sala de aula.

[6] Este capítulo foi produzido com base na exposição feita pela autora em comunicação científica, com o mesmo título, no XII Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em São Paulo – SP, no período de 13 a 16 de julho de 2016.

1.INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a geometria esteve presente no debate sobre o ensino e aprendizagem da matemática. A importância da geometria na formação básica dos indivíduos é reconhecida em diversos estudos, porém muitos autores afirmam que esta área da matemática vem sendo cada vez menos abordada no ensino básico (CATUNDA et al., 1988; PAVANELLO, 1993; FRAGA, 2004; FAINGUELERNT et al., 2012; VELOSO, 2012). Algumas dessas discussões nos levam a refletir, por um lado, sobre as dificuldades que muitos alunos enfrentam na aprendizagem da geometria e, por outro, sobre a formação do professor, pois a falta de conhecimento pode comprometer o ensino e, consequentemente, a aprendizagem (MA, 1999, apud GOMES, 2012).

Uma das alternativas consideradas atualmente é o ensino de matemática por meio da investigação matemática. São muitos os pesquisadores que apoiam a abordagem investigativa como um meio importante na formação dos indivíduos, em qualquer nível de ensino.

Sobre essa importância, Azevedo (2004, p.20) argumenta que a intenção de utilizar a investigação matemática em sala de aula é "levar os alunos a pensar, debater, justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos em situações novas, usando os conhecimentos teóricos e matemáticos". Ou seja, para resolver situações problemas por meio da investigação matemática os alunos precisam organizar as ideias iniciais para clarificar e identificar quais os conceitos matemáticos estão envolvidos, traçar e testar as estratégias para solucionar as situações propostas. No que tange a formação de professores, Ponte (1998) afirma que o trabalho investigativo relacionado à prática profissional é necessário para o desenvolvimento profissional docente. Segundo ele, há uma forte ligação entre as ideias de formação e investigação, que tem origem em uma dificuldade concreta da prática e ao realizá-la buscamos a melhoria das condições de trabalho.

A escolha pelas transformações geométricas como objeto de estudo se deu por percebermos, em estudos desenvolvidos no período de junho de 2011 a abril de 2014, que professores apresentaram dificuldades em trabalhar o conteúdo de transformações geométricas. Durante o período supracitado, realizamos oficinas em eventos para professores e licenciandos de matemática sobre transformações geométricas exploradas por meio gráficos e bordados de ponto cruz. Por meio de questionários, os participantes afirmaram que não se sentem seguros para lecionar esse conteúdo e por isso não o abordam em suas aulas.

Essa evidência também é exposta por Veloso (2000) ao afirmar que o conteúdo de transformações geométricas não vem sendo abordado de maneira satisfatória em nenhum nível de ensino. Segundo ele, as ações propostas durante o Movimento da Matemática Moderna que ocorreu no século XX, que tinha como proposta renovar o ensino de matemática, enfatizava o trabalho com a geometria por meio das transformações isométricas (simetrias, translações, rotações), porém numa abordagem estritamente formal. Contudo, houve uma "concretização negativa" sobre as transformações geométricas, que acabaram desaparecendo dos currículos de matemática.

Este trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, vinculada ao programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Educimat/Ifes), que tem como objetivo identificar indícios de (re)construção do pensamento geométrico relacionado as transformações geométricas por professores de matemática em curso de formação. A pesquisa de natureza qualitativa caracteriza-se como pesquisa de intervenção pedagógica, visto que é o pesquisador quem identifica e propõe uma ação para resolver o problema, com o objetivo de melhoria da prática docente. Para isso, elaboramos uma proposta de um curso de extensão para professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental, ministrado de setembro a dezembro de 2015, no Laboratório de Ensino de Matemática da instituição. Nesse contexto, o presente artigo tem como objetivo descrever e analisar experiências vivenciadas durante o curso de extensão, evidenciando indícios de (re)construção do pensamento geométrico sobre simetria de reflexão.

2.FORMAÇÃO DE PROFESSORES: ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES

A relevância de pesquisas sobre formação de professores é reconhecida por autores como Garcia (1999, p.26) que define a formação de professores como uma:

> [...] área de conhecimentos, investigação e de propostas teóricas e práticas que, no âmbito da Didáctica e da Organização Escolar, estuda os processos por meio dos quais os professores - em formação ou em exercício - se implicam, individualmente ou em equipa, em experiências de aprendizagem através das quais adquirem ou melhoram os seus conhecimentos, competências e disposições, e que lhes permitem intervir profissionalmente no desenvolvimento do seu ensino, do currículo e da escola, com o objectivo de melhorar a qualidade da educação que os alunos recebem (grifos nossos).

Nessa perspectiva, Ponte (2014) afirma que os modelos de formação assumem um caráter "escolar", centrado na transmissão de conteúdos formativos, sem levar em consideração a atividade que o formando tem de ser chamado a desenvolver. Seus estudos o levaram a elaborar, o que ele chama de um dispositivo prático de formação. Ele destaca sete ideias fundamentais que auxiliam o processo de aprendizagem e formação, em ambientes formativos que proporcionem espaços de reflexão, participação em práticas sociais, com um envolvimento pessoal forte e um suporte dado pelo grupo social em que participa. São eles: colaboração; prática como ponto de partida da formação; foco na aprendizagem do aluno; integração entre conteúdo e pedagogia; investigação profissional; mudança nos contextos profissionais; e tecnologias e uso de recursos.

Essas ideias trazidas por Ponte (2014) são justificadas por inúmeras pesquisas realizadas em diversos programas de formação contínua de professores de matemática bem sucedidos, em Portugal. Segundo ele, cursos de formação com práticas colaborativas é um elemento importante nos dispositivos de formação, pois são nesses espaços que surgem oportunidades de o professor exteriorizar suas inquietações, pensamentos e práticas docentes, onde todos os participantes tem algo a ensinar e a aprender uns com os outros. Em relação a isso, Ponte (1998, p.10) destaca que:

> o desenvolvimento profissional é favorecido por contextos colaborativos (institucionais, associativos, formais ou informais) onde o professor tem oportunidade de interagir com outros e sentir-se apoiado, onde pode conferir as suas experiências e recolher informações importantes.

Nesses ambientes, as experiências e reflexões são orientadas pelo formador/investigador, fornecendo um suporte à prática do professor, estimulando-o numa mudança em sua prática profissional, cercado por momentos de reflexão.

A formação ainda deve integrar conteúdo e pedagogia, tentando articular estratégias e/ou metodologias que facilitem o entendimento dos conteúdos, considerando os aspectos matemáticos, didáticos e pedagógicos. Para isso, é importante conhecer as dificuldades que os alunos possuem em determinados tópicos da matemática, tentando partir dos conhecimentos prévios que os alunos possuem e criando espaços para a negociação de significados.

Outra ideia considerada por Ponte (2014) é que uma formação de professores deve privilegiar espaços de investigação sobre a própria prática, para que a partir de atitudes reflexivas da prática, as intervenções sejam mais significativas. As tecnologias e os recursos didáticos também são considerados, por Ponte (2014), importantes para a formação de professores. Esses recursos, que podem ser digitais (aplicativos, softwares, etc) ou convencionais (régua, compasso, geoplano, etc), fornecem potencialidades para um trabalho significativo nas aulas de matemática, e devem ser discutidos para fornecer subsídios para que o professor identifique e selecione os recursos pretendidos.

Ponte, em 1992, já investigava a formação de professores por meio de ensaios de programas de formação numa perspectiva de projeto pedagógico. Esse projeto promovia dinâmicas de grupo, envolvendo os professores na realização de atividades práticas, com a proposta de produzir materiais pedagógicos e refletir sobre a sua utilização em sala de aula. Ponte (1992) percebia os desafios que esse trabalho enfrentaria, e pondera:

> De um modo geral, os professores reagem muito bem às propostas de actividades práticas. *Envolvem-se, ficam entusiasmados, consideram positivo encarar a Matemática de forma activa*. A troca de experiências tende igualmente a proporcionar satisfação. No entanto, verificou-se nestes estudos que *não é muito fácil que os professores comecem a produzir propostas pedagógicas para as suas aulas,* que a discussão pedagógica sobre a utilização destas actividades não tende a ser muito conseguida, e que *o processo de os envolver na reflexão sobre as suas próprias práticas é extremamente difícil* (PONTE, 1992, p. 30, grifos nossos).

No decorrer dos estudos produzidos por Ponte (1992, 1998, 2014) sobre formação de professores, ele diferencia duas perspectivas de formação: uma do tipo "reciclagem" e outra que promove o desenvolvimento profissional.

Para Ponte (1998, 2014) a formação do tipo reciclagem está associada à ideia de frequentar cursos com carga horária de aproximadamente 50 horas (ou 1 mês de duração) e tem o objetivo de atender a uma carência do professor, partindo da teoria e geralmente não há parte prática, focando em aspectos teóricos de assuntos ou da disciplina.

O desenvolvimento profissional trás a ideia de capacitação profissional, envolve diversas etapas e é um processo sempre incompleto. Nessas etapas estão inclusas reflexão, estudo, leitura, atividades com projetos, trocas de experiências e atividades práticas. No desenvolvimento profissional considera-se a teoria e prática de forma interligada e o professor deixa de ser objeto para ser sujeito da formação (PONTE, 1998).

3.CURSO DE EXTENSÃO: INVESTIGAÇÕES SOBRE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Na nossa concepção, baseada nas premissas descritas por Ponte (1992, 1998, 2014), um curso que propicie um ambiente reflexivo sobre a prática docente e que ofereça a oportunidade de aperfeiçoamento docente, pode ser considerado como um curso do tipo desenvolvimento profissional.

Com esse pensamento, idealizamos um curso de extensão semipresencial destinado a professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental, com a finalidade de discutir atividades investigativas sobre transformações geométricas com o uso de materiais manipulativos. Este curso foi realizado no Ifes, nos meses de setembro a dezembro de 2015 com total de oitenta horas, organizado em encontros presenciais quinzenais e atividades não-presenciais. Os encontros presenciais, realizados sempre as quartas-feiras de 18h às 22h, foram destinados ao estudo e resolução de atividades sobre o tema abordado, numa abordagem que privilegiou a investigação matemática e o uso de materiais manipulativos. As atividades não-presenciais, via ambiente virtual, visava complementar as discussões dos encontros presenciais e criar um espaço dinâmico para a troca de experiências e reflexões. No decorrer do curso, cada participante deveria escolher uma prática desenvolvida na formação e aplica-la em sua sala de aula e compartilhar as experiências vivenciadas numa roda de conversa no último encontro presencial.

Participaram deste curso, inicialmente, 22 professores atuantes no ensino fundamental da rede pública e privada, porém no decorrer do curso houve desistências e 10 professores concluíram o curso. Desse total, seis possuíam licenciatura em matemática e quatro possuem complementação pedagógica em matemática[7].

A metodologia desenvolvida no curso, partindo dos pressupostos da investigação matemática, adotamos a postura de mediador e questionador do processo formativo, auxiliando os participantes nas dúvidas, dando sugestões, compartilhando aspectos para reflexão, entre outros. Os encontros presenciais sempre foram iniciados com atividades que serviam de suporte para o debate do tema e posteriormente a construção de conceitos relacionados ao conteúdo. Levando em consideração os aspectos aqui citados, apresentamos na tabela 1 uma síntese das atividades realizadas no curso.

[7] Em conformidade com a resolução nº 2 de 26 de julho de 1997, publicado no D.O.U em 15/07/1997.

Tabela 2 - Resumo das atividades abordadas no curso.

Encontro Presencial	Tema do Encontro Presencial	Tema do Ambiente Virtual
1º	Construção de um mapa conceitual sobre transformações geométricas;	Definições e conceitos sobre transformações geométricas;
2º	Explorando transformações geométricas com geoplano quadrado, circular e isométrico.	
3º	Construções utilizando molde vazado, malha quadriculada e gráficos de bordado em ponto cruz e análise de barras de bordados prontos;	A matemática em bordados e ornamentos;
4º	Construções de figuras homotéticas com o geoplano;	Materiais manipuláveis e transformações geométricas;
5º	Explorando transformações geométricas com mosaicos	Geometria e arte;
6º	Roda de conversa sobre as propostas realizadas em sala de aula.	Questionário de Avaliação do Curso e Sistematização das Propostas aplicadas em sala de aula;

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

4.ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO FORMATIVO

Devido à exiguidade de espaço permitido no presente artigo, descreveremos um episódio vivenciado pelo grupo, ocorrido no segundo encontro presencial, em que discutíamos as isometrias utilizando o geoplano. Para isso, utilizamos falas advindas de transcrições do debate no encontro e outras discussões ocorridas no ambiente virtual, evidenciando indícios de (re)construção do pensamento geométrico sobre reflexão. Vamos transcrever partes do diálogo ocorrido sobre esta situação e destacamos que os nomes utilizados nesse diálogo são fictícios e escolhidos de forma aleatória.

O encontro supracitado iniciou-se com a apresentação do material manipulativo e das propostas da aula. Entre as discussões iniciais sobre reflexão, surgiu à dúvida: *o eixo de simetria pode sobrepor à figura na reflexão?.* Esse questionamento gerou diversos debates, a maioria dos professores acreditava que não seria possível, já o professor Jonatas achou, desde o início, que isso poderia acontecer. Observe parte inicial do diálogo à dúvida de Jenifer em relação à posição do eixo na reflexão:

Quadro 2 - Transcrição do áudio - 2º encontro, 07/10/15.

Jenifer: Gente, quem tá à toa aí, ajuda a pensar! *A reflexão ela pode se sobrepor?*
Jonatas: A reflexão ela pode se sobrepor? Só se tiver em cima do eixo de simetria.
Professora: Mostra sua figura (no geoplano).
Jenifer: Tipo assim oh... Aqui talvez não dá para analisar a cor. Pensa nesse T verde. A reflexão para essa amarelinha (eixo) aqui... *Essa parte aqui eu vou refletir pra lá e esse pedacinho que tava lá, eu vou refletir para a esquerda.*
Jonatas: Então foi isso que eu coloquei ali no texto... Eu falei que para ser reflexão basta que o eixo de simetria não coincida com... (se confundiu e corrige). Que eixo de reflexão não coincida com o eixo de simetria da figura, que causa isso aí também.
Jenifer: Mas...
Jonatas: Eu penso que pode!
Jenifer: (continuação) *a reflexão não necessariamente tem haver com o eixo de simetria da figura.*
(conversas)
Jonatas: Então, olha só... porque até agora a gente fez o eixo de simetria (se confundiu e corrige)... o eixo de reflexão fora da figura. Eu propus na definição que eixo de reflexão, pra ser de reflexão, basta que ele não coincida com o eixo de simetria, ou seja, a figura é simétrica, mas eu coloquei um pouquinho pro lado (eixo de reflexão), mesmo passando dentro da figura, *o eixo de reflexão vai sofrer a reflexão, porém não vai ser dentro da simetria e vai acontecer essa sobreposição que você propôs.*

Fonte: Acervo da autora, 2015, *grifos nossos.*

Em outra parte do diálogo, Jenifer expõe que quando o eixo de reflexão está sobre a figura, passamos a ter duas figuras. Ela ainda cita como exemplo as imagens vistas no espelho, recurso que utilizamos durante a exploração. Veja:

Quadro 3 - Parte do diálogo, 2º encontro, 07/10/15.

Jenifer: Aí, a Professora inventou de colocar o eixo de simetria, por exemplo, bem aqui (fora do eixo de simetria da figura). De simetria não, de reflexão. Aí, eu tenho que pegar essa parte e jogar para o lado de lá e ao mesmo tempo pegar essa aqui e jogar pro lado de cá.
Alberto: Aí eu não consigo.
Jenifer: Eu também acho que isso não pode ser reflexão.
Alberto: Eu não posso fazer um eixo de reflexão a não ser de um ponto do meio da figura. Aí eu não vou estar refletindo toda a figura. Vou estar refletindo esse eixo. Tudo bem, se eu refletir só daqui pra cá, eu vou esquecer o resto figura, então! É isso que você está dizendo?
Jenifer: Eu não tô dizendo, não (risos). É ela (Professora) que gerou essa dúvida (risos).
Alberto: O que eu quero dizer nesse sentido, entendeu? Você vai esquecer o resto da figura?
Jenifer: Não, aí você volta o resto pra cá. Eu acho que isso gera uma... como se eu fizesse duas reflexões ao mesmo tempo, uma para um lado e outra para o outro.
[...]
Jenifer: Se fosse só até aqui, beleza, minha cabeça vai até aqui, essa parte tá refletida ali. Só que eu tenho um pedaço da reflexão lá e um pedaço da reflexão aqui.
Alberto: É isso que eu tô falando, a gente tem que definir bem o que pode ser reflexão. Posso fazer a reflexão só parte da figura? Isso aí, tá representando a figura toda?
Professora: Assim, está representando a figura toda?
Alberto: O eixo é aqui?
Professora: É.
Alberto: Não. Eu penso que não!
Jenifer: Não
Professora: Não tá refletindo?!
Alberto: A figura toda não. No plano aqui tudo bem. Mas, imagina que a gente passa a refletir usando um espelho?
Professora: Ata, mas aí é limitação do espelho.
Alberto: É isso aí. Mas a minha ideia então é, pra mim a reflexão tem que ser exatamente o que se tem no espelho. A reflexão tem que ser aquilo ali que aparece no espelho. Se eu tô com um espelho aqui, a parte de trás da figura não faz parte da minha figura.
[...]
Alberto: Aqui eu tô falando de duas figuras.
Jenifer: Eles estão vendo o espelho de um lado só, esses espelhos dos dois lados...
Alberto: Se eu colocar o espelho aqui, eu tô falando de duas figuras.
Professora: Eu não tô considerando os dois lados?
Alberto: Não, se eu botar o espelho aqui eu tô olhando duas figuras! Aqui, ok, são duas figuras.
Jenifer: Eu vejo um pedaço de uma e um pedaço da outra. Eu não vejo a minha figura original.
[....]
Jenifer: Mas, eu não vou estar refletindo minha figura inteira. Até aonde eu vejo, assim, nunca saiu esse caso. Mas reflexão pra mim, o eixo de reflexão ou ele vai tá tangente a figura ou ele vai tá em um ponto fora. Nunca no meio ou alguma coisa, no máximo, quando minha figura for simétrica e eu pego o eixo de reflexão sendo o eixo de simetria. Ele pode ser o eixo de simetria. Agora, se ele for o eixo de reflexão sem ser o eixo de simetria, eu só vi casos até hoje em que ou ele (eixo de reflexão) é tangente ou ele tá fora da minha figura.
Alberto: Eu penso que seu botar o eixo aqui, eu não posso refletir essa figura. A figura não tá completa. Eu penso assim.
Jenifer: Eu vou refletir parte dela. Assim como se eu tô me olhando no espelho, se eu colocar o espelho daqui pra cima (em relação ao seu corpo) eu não tô me refletindo inteira. Eu tô refletindo só aquilo ali (imagem que aparece no espelho). Se tem alguma parte pra trás é problema dele.
Alberto: Se aqui for sobreposição não.
Jenifer: Se eu coloco o espelho do meu joelho pra cima, ele vai refletir esse meu pedaço, e não vai tá me refletindo toda.

Fonte: Acervo da autora, 2015, *grifos nossos.*

Pode ser observado pela discussão apresentada, que para Jenifer e Alberto a reflexão só acontece se o eixo estiver tangente ou fora da figura, ou ainda, caso a figura seja simétrica, este coincida com o eixo de simetria da figura. Já para Jonatas, ao discordar dos colegas, afirma que eixo de reflexão pode estar sobre a figura e fora do eixo de simetria da mesma. Segundo Alberto e Jenifer, eles nunca viram um caso assim, até o momento eles só observaram casos em que o eixo de reflexão ou coincide com o eixo de simetria da figura ou é tangente à figura ou ainda passa em um ponto fora dela. Segundo Pais (1996) essa estranheza ao ver algo diferente do habitual é denominada pelo autor de configuração geométrica. Entendemos que é mais comum abordar na reflexão o eixo tangenciando ou fora da figura, do que sobre a figura, não coincidindo com o eixo de simetria (se houver).

Essas discussões não foram encerradas durante o encontro, foi proposto que eles procurassem e investigassem outras fontes sobre essa possibilidade. Na semana seguinte, no ambiente virtual, abrimos um fórum destinado a esse debate. Na discussão do fórum 1, intitulado por *Reflexão com eixo sobre a figura*, Jenifer ao participar, escreve:

Quadro 4 - Participação de Jenifer no fórum, 14/10/15.

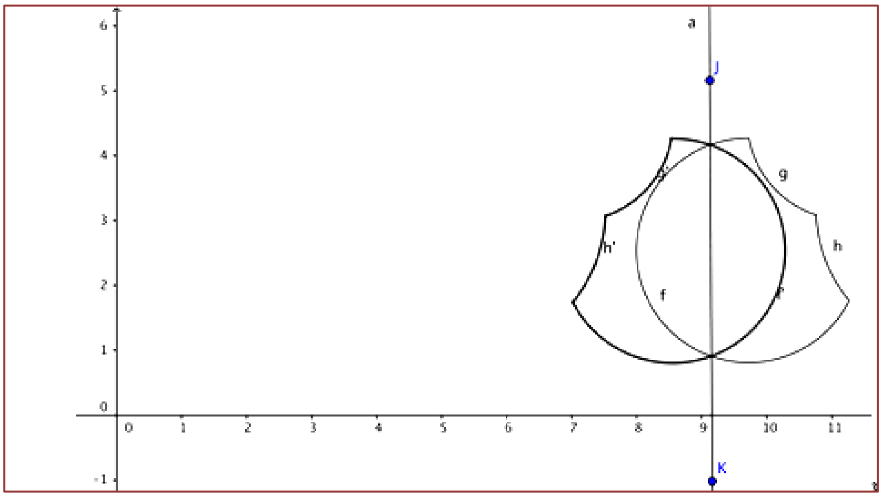
Li também algumas definições sobre reflexão e ainda não encontrei a resposta que procuro. Encontrei definições que falam por exemplo: "É preciso compreender que o eixo de simetria pode determinar como se dá a reflexão, divide um plano em dois e separa uma imagem original de seu reflexo, conservando a forma, o ângulo e o tamanho - deixando uma invertida em relação à outra".(Nova Escola). Pelo que interpreto, para ocorrer a reflexão, a imagem original precisa ser mantida. Não encontrei ainda nenhum exemplo onde o eixo de reflexão fique em qualquer lugar no interior da figura original que não seja o eixo de simetria dela (se houver).

Fonte: Ambiente virtual, 2015 (*grifos conforme o original*).

Note que em sua fala, Jenifer ainda mostra dúvidas em relação à posição do eixo na reflexão, por não ter encontrado nenhuma referência sobre isso, conforme ela mesma comenta no diálogo, falando que nunca viu casos assim. Jonatas ao participar, faz referência ao livro de cálculo I, trazendo as seguintes contribuições:

Quadro 5 - Participação de Jonatas no fórum, 18/10/15.

Ufa! Depois de olhar em vários sites e revirar muitos livros aqui em casa, cheguei a uma conclusão: *Sim, uma reflexão pode ter o eixo dentro da figura e não ser o eixo de simetria da própria figura!* [...] "Dados dois pontos A e M, chama-se reflexo de A em relação a M, o ponto A' tal que M seja o ponto médio do segmento AA' ". Note que usando essas definições, não há problemas com a afirmação que fiz anteriormente. Mas claro que esta escolha não é arbitrária. Decidi por este caminho, quando lembrei das aulas de Cálculo I. Recorrendo ao meu exemplar (Stewart, James. Cálculo I. 6a edição. São Paulo: 2010), na página 29, logo no início, falando sobre reflexões, está assim: "Para obter o gráfico de (...) y= -f(x), reflita o gráfico de y=f(x) em torno do eixo x; y= f(-x), reflita o gráfico de y=f(x) em torno do eixo y". Claramente, para que haja tal reflexão, o eixo indicado DEVE poder perpassar a figura (gráfico). Assim, por conveniência de abrangência, por hora, fico com essa definição. PS: Nos livros de "Geometria Plana" e de "Geometria Analítica", da coleção FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR, não encontrei definições a respeito de reflexão ou simetria. Fiz uma reflexão usando a ferramenta pra tal do Geogebra, que permite fazer a reflexão nos moldes dessas definições.



Fonte: Ambiente virtual, 2015 (*grifos nossos*).

Na análise do diálogo apresentado, tanto da aula quanto no ambiente virtual, notamos que Jonatas no tocante a compreensão do pensamento geométrico relativo à reflexão em relação a uma reta mostra que compreende os conceitos envolvidos. Isso pode ser observado em sua fala:

Quadro 6 - Recorte da transcrição do 2º encontro.

Eu propus na definição que eixo de reflexão, pra ser de reflexão, basta que ele não coincida com o eixo de simetria, ou seja, a figura é simétrica, mas eu coloquei um pouquinho pro lado (eixo de reflexão), *mesmo passando dentro da figura, o eixo de reflexão vai sofrer a reflexão, porém não vai ser dentro da simetria* (Professor Jonatas, 2º encontro presencial, *grifos nossos*).

No ambiente virtual, ele mostra uma construção realizada no geogebra como exemplo e em suas investigações empreendidas ele adota como verdadeira a definição: "Dados dois pontos A e M, chama-se reflexo de A em relação a M, o ponto A' tal que M seja o ponto médio do segmento AA'". Segundo a teoria de Parzysz (2006) em relação à reflexão, ele pertence à geometria proto-axiomática, pois utiliza elementos da geometria euclidiana para fazer sua validação, além de utilizar objetos físicos, como a construção do geogebra.

5.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse recorte, podemos perceber a importância de desenvolver um curso de extensão para professores, pois oferece a oportunidade de aperfeiçoamento de conhecimentos e promove o desenvolvimento profissional (PONTE, 1998), visto que os participantes foram instigados a rever e ampliar seus conhecimentos sobre transformações geométricas. A reflexão sobre a própria prática foi incentivada com as ações desenvolvidas e os professores foram 'convidados' a modificarem suas práticas frente à geometria, em especial sobre as transformações geométricas, nas propostas realizadas por cada participante.

Refletindo sobre o episódio apresentado sobre a posição do eixo na reflexão, acreditamos que os professores (re)construíram seus conhecimentos relacionados à reflexão, mesmo que em alguns momentos, eles se mostrem confusos em relação a algumas definições e representações. Conforme relatado pelos professores, a maioria das abordagens sobre reflexão em livros didáticos trata o eixo como tangente ou fora da figura, quando este não coincide com o eixo de simetria da imagem.

O questionário avaliativo realizado ao final do curso, a fim de verificarmos a opinião dos cursistas em relação à metodologia, as atividades, os materiais utilizados e de possíveis críticas, revelou que os professores estavam satisfeitos com o desenvolvimento do curso. De modo geral, o curso foi elogiado pelos cursistas que relataram que a variedade de atividades utilizando diferentes materiais manipulativos foi importante tanto para ampliar os conhecimentos sobre as transformações geométricas quanto para que eles conhecessem esses materiais e soubessem como aborda-los em sala. Diante das colocações expostas nos questionários, podemos afirmar que o grupo concludente tornou-se mais crítico e encorajado para trabalhar conceitos de transformações geométricas no ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

[1] Azevedo, M. C. P. S. de. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: Carvalho, A. M. P. de (Org.) Ensino de ciências: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Thomson, 2006, p. 19-33.

[2] Catunda, Omar; Dantas, Martha Maria de Souza; Nogueira, Eliana Costa, Souza, Neide Clotilde de Pinho; Guimarães, Eunice da Conceição. As transformações geométricas e o ensino de geometria. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1988.

[3] Fainguelernt, Estela Kaufman; Nunes, Kátia Regina Ashton. Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio. Porto Alegre: Penso, 2012.

[4] Fraga, Sandra Aparecida. Um estudo sobre triângulos em livros didáticos a partir do movimento da matemática moderna. 2004. 210f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.

[5] Gomes, Alexandra. Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. Anais do XXIII Simpósio de Investigação em educação Matemática, Coimbra – PT, outubro 2012. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/20835/1/Gomes_%20SIEM%20Actas_2012.pdf> Acesso em 10/12/2013.

[6] Pais, Luiz Carlos. Intuição, Experiência e Teoria Geométrica. Zetetiké: Campinas, v. 4, n. 6, p. 65-74, 1996.

[7] Pavanello, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. In: Zetetiké: Campinas, ano 1, n.1, p. 7-17, 1993.

[8] Parzysz, Bernard. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles: de quoi s'agit-il? Quaderni di Ricerca in Didattica: University of Palermo, Italy, n. 17, p. 128-151, 2006.

[9] Ponte, João Pedro da. Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. In: Educação Matemática: Temas de Investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p. 185-239. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20(Concep%C3%A7%C3%B5es).pdf>. Acesso em: 08 dez. 2015.

[10] ___________. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM, p. 27-44, 1998.

[11] ___________. Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. In: PONTE, João Pedro da. Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-360.

[12] Veloso, Eduardo. Geometria: temas actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 2000.

[13] Veloso, Eduardo. Simetria e transformações geométricas. Lisboa: Associação de Professores de Matemática – APM, 2012.

Capítulo 6

Construções geométricas como recurso pedagógico nas aulas de matemática do ensino médio

Aline Marca
João Biesdorf
Márcio Bennemann

Resumo: O trabalho que gerou esse artigo foi apresentado como comunicação científica no XII Encontro Nacional de Educação Matemática em 2016 e está presente nos anais do evento. Tivemos como objetivo proporcionar aos alunos do Ensino Médio um crescimento em seus conhecimentos matemáticos e geométricos através da utilização das Construções Geométricas nas aulas de Matemática. Primeiramente foi realizada uma pesquisa bibliográfica para compreender como surgiu e evoluiu o campo da Geometria e as Construções Geométricas. Foram estudadas teorias relacionadas à aprendizagem, em especial a Teoria Van Hiele de aprendizagem geométrica. Em seguida foi criada e aplicada com alunos do Ensino Médio uma oficina com nove atividades de Construções Geométricas. Após a aplicação da oficina os dados foram analisados através da Análise de Conteúdo segundo três categorias. Foi possível perceber que a maioria dos alunos atingiu os objetivos da pesquisa, o que pôde ser comprovado pelos questionários respondidos pelos alunos, bem como pela evolução apresentada pelos mesmos durante a realização das atividades propostas na oficina.

Palavras-chave: construções geométricas; geometria; régua e compasso.

1.INTRODUÇÃO:

Este artigo foi construído com base na pesquisa de mestrado do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) intitulada Construções Geométricas Como Recurso Pedagógico no Ensino Médio. Tendo em vista que o campo da Geometria está presente em todas as etapas da educação básica e que os elementos geométricos podem ser vistos e relacionados com objetos existentes ao nosso redor e compreendidos através do recurso do desenho, surge uma preocupação relacionada à aprendizagem da Geometria. Diante disso, a pergunta de pesquisa questiona se as Construções Geométricas são capazes de desenvolver o pensamento matemático e elevar o nível de aprendizagem geométrica dos alunos do Ensino Médio.

Para responder a esta pergunta primeiramente foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre a origem da Geometria e das Construções Geométricas. Também através de pesquisa bibliográfica foram estudadas algumas teorias relacionadas à aprendizagem, em especial a Teoria Van Hiele que trata sobre a aprendizagem geométrica. Em seguida foi criada uma oficina com nove atividades de Construções Geométricas para ser aplicada com alunos do Ensino Médio, na cidade de Abelardo Luz – SC.

Em relação à coleta de dados a pesquisa se caracteriza como pesquisa qualitativa, pois os dados foram coletados de modo que permitisse aos alunos expor suas opiniões. Sendo que também foram realizadas análises através da participação e fala dos alunos durante o desenvolvimento da oficina, além de respostas em questionários, gravações em áudio, produções dos alunos no desenvolvimento das atividades, diário de campo e observações feitas pela professora pesquisadora.

Em relação à análise dos dados utilizamos a Análise de Conteúdo de acordo com Ander-Egg (1978) a partir de três categorias que seguem: Instrumentos de Desenho, Ângulos e Suas Implicações, Paralelas e Suas Implicações. Discutiremos aqui apenas uma delas em virtude do espaço disponível.

2.REVISÃO DE LITERATURA:

As Construções Geométricas foram desenvolvidas pelos gregos e repassadas através dos tempos como uma forma de resolver problemas geométricos e até algébricos. Isso se dá pelo fato de, através das Construções Geométricas, torna-se mais fácil de visualizar as propriedades das figuras envolvidas na resolução. As Construções Geométricas podem ser encontradas facilmente como componente curricular nos cursos de graduação em Matemática e são desenvolvidas apenas com o uso dos instrumentos régua e compasso.

O desenvolvimento das Construções Geométricas com régua e compasso teve início na Grécia, servindo de ferramenta para o desenvolvimento da Geometria. Segundo Wagner (2007) as Construções Geométricas permaneceram imunes ao tempo, diferentemente de outros campos da Matemática que se desenvolveram ou foram modificados, e são tão úteis hoje como na antiguidade, para a compreensão das propriedades geométricas das figuras. O matemático grego Euclides, que viveu durante o século III antes de Cristo, utilizava as Construções Geométricas para visualizar as demonstrações e compreender melhor os problemas que precisava resolver.

De acordo com Rezende e Queiroz:

> Consta que Euclides, em suas construções geométricas, usava um "compasso dobradiço", que se fechava assim que uma de suas pontas fosse retirada do papel. Com isso, nos parece impossível a simples construção do transporte de um segmento [...] Euclides nunca descreveu, em seus trabalhos, como essas construções eram feitas. O fato de que elas teriam sido efetuadas com o uso de um compasso e de uma régua sem escalas tem sido atribuído a Platão (390 a.C.). A régua e o compasso dobradiço deveriam ter uso equivalente ao compasso e régua com os quais trabalhamos hoje. (Rezende; Queiroz, 2010, p. 144)

Podemos nos perguntar qual o motivo dos gregos terem dado um enfoque tão grande às construções feitas com régua e compasso, e a resposta pode estar ligada à perfeição que eles desejavam obter nas formas geométricas desenhadas. De acordo com Roque:

> A régua e o compasso, apesar de serem instrumentos de construção, podem ser representados, respectivamente, pela linha reta e pelo círculo, figuras geométricas com alto grau de perfeição. Na realidade, nos Elementos, as construções realizáveis com régua e compasso são executadas por meio de retas e círculos definidos de modo abstrato [...] Euclides não afirma explicitamente, em lugar nenhum de sua obra, que as construções tenham de ser efetuadas com retas e círculos. Simplesmente elas são, de fato, realizadas desse modo. (ROQUE, 2012, p. 127)

Ainda segundo a autora há dois motivos principais para justificar a utilização da régua e do compasso na obra Elementos de Euclides: a facilidade da utilização dos instrumentos e uma necessidade de ordenação na Matemática da época. Segundo Roque:

> [...] uma das explicações para o uso da régua e do compasso nessa obra pode ter sido de ordem pedagógica. As construções feitas desse modo são mais simples e não exigem nenhuma teoria adicional (como seria o caso das construções por meio de cônicas). Desse ponto de vista, a restrição não seria consequência de uma proibição, mas de uma otimização: deve-se usar a régua e o compasso sempre que possível para simplificar a solução dos problemas de construção [...] Uma segunda explicação para o uso exclusivo da régua e do compasso seria a necessidade de uma ordenação e de uma sistematização da geometria com vistas a uma melhor arquitetura da matemática. Na época de Euclides, o conjunto dos conhecimentos dos geômetras já estava bastante desenvolvido e era necessário ordená-lo. (ROQUE, 2012, p. 128-129)

Existem vários trabalhos acadêmicos que foram desenvolvidos com o objetivo de resgatar a utilização das Construções Geométricas no ensino básico. No trabalho realizado por Souza ele afirma que:

> As construções geométricas possibilitam o desenvolvimento das habilidades motoras do educando, através do manuseio do material de desenho e representação dos traçados. Possibilita também o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, da organização e da construção de estratégias pautadas nos conhecimentos prévios, além de propiciar a materialização de situações abstratas. (SOUZA, 2013, p. 7)

Júnior (2013) também desenvolveu um trabalho que traz o resgate das construções com régua e compasso em sala de aula, trabalhando paralelamente outros conteúdos matemáticos. De acordo com Júnior:

> As construções geométricas utilizando uma régua não graduada e um compasso devem seguir algumas regras básicas: • Conhecendo-se dois pontos distintos, é possível traçar uma reta utilizando a régua. • Com o compasso, é possível traçar uma circunferência com centro em um ponto conhecido e que passa por um segundo ponto determinado. É permitido obter pontos que podem ser construídos através de uma sequência finita de operações: intersecções de retas, intersecções de circunferências e intersecções de retas com circunferências. Com esses pontos obtidos, podemos traçar novas retas e novas circunferências e assim sucessivamente. (JÚNIOR, 2013, p. 6)

Ao utilizar atividades que envolvam Construções Geométricas em sala de aula o professor pode beneficiar os alunos no desenvolvimento de seu raciocínio lógico e matemático, pois esse tipo de atividade explora os conhecimentos já adquiridos e estimula a compreensão e o aprofundamento de novos conhecimentos matemáticos. Segundo Wagner:

> As construções geométricas continuam até hoje a ter grande importância na compreensão da matemática elementar. Seus problemas desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento dos teoremas de geometria e das propriedades das figuras e não é exagero dizer que não há nada melhor para aprender geometria do que praticar as construções geométricas. (WAGNER, 2009, p. 5)

A utilização de materiais que permitem manipulação, como a régua e o compasso, auxiliam no processo de aprendizagem da Matemática. Existem vários trabalhos que relacionam a utilização de materiais concretos e manipulativos com o ensino da Matemática, em particular, com o ensino da Geometria. Segundo os estudos de Gonçalves et al.:

> No passado, dizia-se que os materiais facilitariam a aprendizagem por estarem próximos da realidade da criança. Atualmente, uma das justificativas comumente usadas para o trabalho com materiais didáticos nas aulas de matemática é a de que tal recurso torna o processo da aprendizagem significativo. (GONÇALVES et al., 2012, p. 11)

Na utilização das Construções Geométricas como recurso para a aprendizagem de Geometria, muitas vezes é necessário relembrar conceitos já adquiridos pelos alunos. Para que se consiga resolver um problema através de uma Construção Geométrica, são necessárias idas e vindas, avanços e retrocessos, afim de identificar os elementos geométricos e propriedades que podem ser utilizadas na resolução. Segundo Itzcovich:

> [...] não basta apresentar aos alunos os nomes, as particularidades ou os elementos e as propriedades que caracterizam as figuras. Deve fazer parte do processo ir identificando estas questões no conjunto de problemas que será proposto aos alunos para ser resolvido. E esta trama não é linear, nem está determinada completamente por tais problemas. Apela-se constantemente a relações entre os conhecimentos que os alunos dispõem, as atividades de construção propostas, os palpites, os ensaios, os erros, os acertos apresentados, os aportes do docente, as discussões entre os alunos etc. (ITZCOVICH, 2012, p. 11)

O autor também ressalta que na utilização das construções com régua e compasso é necessário promover entre os alunos uma discussão sobre a construção que será realizada, decidindo em conjunto qual instrumento deve ser utilizado, em qual momento deve ser aplicado, se a solução encontrada é única ou não, etc. Outra questão importante é a justificativa do porquê aquela construção realizada é verdadeiramente a solução do problema proposto. Para justificar as construções podemos recorrer à Álgebra, ou ainda aos teoremas e propriedades da Geometria. De acordo com Itzcovich:

> Em geral, o problema principal não é o de se desenhar o que se solicita, mas de demonstrar que, mediante o uso da régua e do compasso, a solução pode ser encontrada. E é neste ponto que o recurso à álgebra pode mostrar sua fertilidade. Efetivamente, é apelando a determinadas expressões algébricas – que identificam as relações que são colocadas em jogo - que se podem apresentar as condições de possibilidade da construção, da validade do construído, da quantidade de soluções. (ITZCOVICH, 2012, p. 55)

É importante, sempre que quisermos trabalhar as Construções Geométricas nas aulas de Matemática, termos claras quais são as construções possíveis de serem realizadas. De acordo com Carneiro (apud WAGNER, 2007):

> Para abordar o problema de quais construções são possíveis com régua e compasso, comecemos por lembrar que as construções "permitidas" são: traçar uma reta, conhecendo dois de seus pontos; traçar um círculo, conhecendo o seu centro e um ponto do círculo; determinar as interseções de retas ou círculos já construídos com retas ou círculos já construídos. Não são permitidos: traçar um círculo de raio ou centro "arbitrários"; usar uma graduação previamente preparada da régua ou do compasso; tomar sobre uma reta um ponto "arbitrário"; deslizar a régua até uma certa posição; etc. (CARNEIRO, apud WAGNER, 2007, p. 105)

O ato de desenhar por si só já é interessante, imaginemos desenhar e construir com nossas próprias mãos as principais figuras geométricas, e a partir daí conseguirmos entender suas propriedades. É uma forma interessante de prender a atenção dos alunos, interagir com a Matemática e utilizar a ferramenta do desenho para aprender.

Diante disso, as atividades que compõe a oficina são consideradas problemas geométricos, pois são desenvolvidas através das propriedades das figuras, são construídas através das regras básicas de Construções Geométricas e são justificadas através de teoremas e proposições da Geometria.

3.OFICINA SOBRE CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS:

Nesta seção estão descritas as atividades de Construções Geométricas que foram desenvolvidas e aplicadas com alunos do Ensino Médio. Ao todo foram criadas nove atividades de Construção Geométrica para serem desenvolvidas a partir dos instrumentos de desenho régua e compasso. A duração da oficina é de aproximadamente seis horas e foi aplicada em dois períodos de três horas cada. Os materiais necessários para a aplicação da oficina foram: compassos, réguas, lápis de escrever, borrachas, folhas de ofício, apostilas impressas com as atividades de Construções Geométricas, slides, projetor de slides, régua e compasso de madeira, giz, entre outros.

A seguir serão citadas as atividades desenvolvidas na oficina e será descrita de forma detalhada a primeira atividade. As demais atividades podem ser encontradas de forma detalhada em Marca (2015).

Atividade 1 - Construção da mediatriz de um segmento de reta;

Atividade 2 - Operações com segmentos de reta;

Atividade 3 - Transporte de um ângulo e construção da bissetriz;

Atividade 4 - Construção da reta paralela a uma reta dada passando por um ponto fora dela;

Atividade 5 - Divisão de um segmento de reta em partes congruentes;

Atividade 6 - Construção de um triângulo equilátero;

Atividade 7 - Construção de um triângulo com os comprimentos dos lados dados;

Atividade 8 - Pontos notáveis do triângulo;

Atividade 9 - Circunferências inscrita e circunscrita em polígonos regulares.

4.CONSTRUÇÃO DA MEDIATRIZ DE UM SEGMENTO DE RETA:

Objetivos da atividade:

- Resgatar os conceitos de segmento de reta, ponto médio, mediatriz e reta perpendicular;
- Aprender a construir um ângulo reto com régua e compasso;
- Utilizar as propriedades dos triângulos isósceles para justificar a construção;
- Construir a mediatriz de um segmento de reta.

Para o desenvolvimento dessa atividade foi entregue aos alunos uma folha em branco, apenas com o nome da atividade que seria realizada. Em seguida os alunos foram questionados a respeito do que era necessário conter na folha para a construção da mediatriz de um segmento de reta. Logo eles perceberam que precisavam de um segmento de reta. Foi resgatada a definição de segmento de reta e eles marcaram dois pontos na folha e ligaram para obter o segmento de reta. Na seção de Análise de Dados está descrito em detalhes como se procedeu a *Atividade 1* até a finalização da Construção Geométrica.

Na sequência estão todos os passos necessários para finalizar a construção da mediatriz de um segmento de reta, passos estes que foram desenvolvidos pelos alunos na realização da atividade proposta.

1. Marque, no plano, dois pontos distintos e indique pelas letras A e B.
2. Ligue os pontos A e B e obtenha o segmento de reta AB.
3. Com abertura do compasso maior que a metade do segmento AB e centro em A trace um arco de circunferência no sentido do ponto B.
4. Com a mesma abertura do compasso e centro em B trace outro arco de circunferência que encontre o arco anterior em dois pontos.
5. Marque os pontos de encontro entre os dois arcos traçados e indique pelas letras C e D.
6. Trace a reta que passa pelos pontos C e D, a reta CD e a mediatriz do segmento AB.
7. Marque o ponto de encontro da reta CD com o segmento AB e indique pela letra M.
8. O ponto M e o ponto médio do segmento AB.

A justificativa dessa atividade se dá pelo fato de que através da construção da mediatriz do segmento AB, também é possível encontrar o ponto médio, ou seja, é possível dividir um segmento ao meio. Para justificar a construção podemos usar o fato dos triângulos ACB e ADB serem isósceles por construção e congruentes pelo caso lado-lado-lado, assim como os triângulos ACD e BCD, isso garante que os ângulos ACM e BCM sejam congruentes. Então, pelas propriedades do triângulo isósceles, temos que os segmentos CM e DM são bissetrizes, medianas e alturas dos respectivos triângulos ACB e ADB. Portanto, os ângulos AMC, BMC, AMD, BMD são retos e a reta que passa por CD é mediatriz do segmento AB, sendo M o ponto médio do segmento AB.

Relembrando esses conceitos com os alunos, estaremos retomando as propriedades dos triângulos e podemos ressaltar que o lugar geométrico da mediatriz é formado pelos pontos do plano que estão equidistantes de dois outros pontos dados. Além disso, devemos ressaltar que com esse procedimento, também estamos traçando uma perpendicular ao segmento de reta, o que é muito importante, pois estaremos aprendendo a construir o ângulo reto.

5.COLETA E ANÁLISE DE DADOS:

A oficina sobre Construções Geométricas foi aplicada com 20 alunos do 3 ano do Ensino Médio, na Escola de Educação Básica Professor Anacleto Damiani, cidade de Abelardo Luz – SC. A turma foi escolhida aleatoriamente dentre as turmas da escola, sendo que a professora pesquisadora não conhecia previamente os alunos. A idade dos alunos estava entre 16 e 23 anos, com uma média de 17,2 anos.

Os instrumentos de coleta de dados utilizados na pesquisa foram: dois questionários (um anterior à aplicação da oficina para constatar o nível de aprendizagem geométrica em que os alunos se encontravam; outro posterior à aplicação da oficina para verificar as evoluções no aprendizado dos alunos e avaliar a oficina), gravações em áudio durante a aplicação da oficina, registro das atividades de Construções Geométricas desenvolvidas pelos alunos, diário de campo e observações realizadas pela professora pesquisadora.

Primeiramente os dados coletados na forma escrita foram lidos e foram ouvidas e transcritas as gravações de áudio. Em seguida os questionários anterior e posterior à aplicação da oficina e as Construções Geométricas desenvolvidas pelos alunos durante a oficina foram analisados em busca de palavras chaves. As principais palavras chaves encontradas foram: Geometria, Construções Geométricas, régua, compasso, ângulo, paralela, perpendicular, triângulo, polígono, circulo, circunferência e arco. Com base nas palavras chaves emergiram as categorias de análise: Instrumentos de Desenho, Ângulos e suas Implicações, Paralelas e suas Implicações.

Cada atividade da oficina está relacionada com pelo menos uma das categorias de análise, sendo que a *Atividade 1 – Construção da Mediatriz de um Segmento de Reta* descrita acima está relacionada com a categoria Instrumentos de Desenho. Na próxima seção descreveremos brevemente cada categoria abordada na pesquisa.

6.CATEGORIA 1 – INSTRUMENTOS DE DESENHO:

Januário (2000) afirmava que os instrumentos de desenho são muito importantes para a realização das Construções Geométricas, e por esse motivo estão presentes como a primeira categoria a ser analisada. Essa categoria visa justificar a melhora apresentada pelos alunos na utilização dos instrumentos de desenho (régua e compasso) antes e depois da aplicação da oficina sobre Construções Geométricas.

De acordo com os questionários respondidos constatou-se que a maioria dos alunos já conhecia a régua e o compasso e já haviam utilizado os instrumentos nas aulas de Matemática. Porém, no decorrer da aplicação da oficina foi possível perceber que alguns alunos não sabiam manusear corretamente esses instrumentos. Como as atividades da oficina foram desenvolvidas em grupos, os alunos que apresentavam maior facilidade auxiliavam os colegas com dificuldade e quando surgiam dúvidas em relação a forma correta de manusear a régua e o compasso, a professora pesquisadora auxiliava os alunos.

Os alunos questionaram o porquê de não utilizar as marcações dos centímetros na régua. No desenvolver das atividades eles perceberam que a régua pode ser utilizada para traçar uma reta quando já se conhece dois pontos pelos quais ela passa, e não apenas como um instrumento para realizar medições. Quanto ao compasso, que antes acreditavam servir apenas para traçar circunferências, em nossas construções foi utilizado também para marcar e transferir medidas.

No desenvolvimento da *Atividade 1 – Construção da Mediatriz de um Segmento de Reta* os alunos foram questionados sobre o que é mediatriz. Alguns alunos responderam ser o meio do segmento de reta. Foi então esclarecido que o ponto que divide o segmento de reta ao meio é chamado ponto médio e a mediatriz é uma reta que passa pelo ponto médio e forma um ângulo reto com o segmento de reta. Na sequência, variando a abertura do compasso, os alunos tentaram encontrar o ponto médio, sem utilizar a congruência de triângulos como descrito na justificativa da atividade. Então foram traçados dois arcos que se cruzam, cada um partindo de um extremo do segmento de reta. Logo os alunos perceberam que ligando os pontos de encontro dos arcos traçados obteriam a mediatriz e por consequência, o ponto médio do segmento de reta. Foi possível perceber que os alunos estavam seguindo as regras básicas de Construções Geométricas descritas por Júnior (2013).

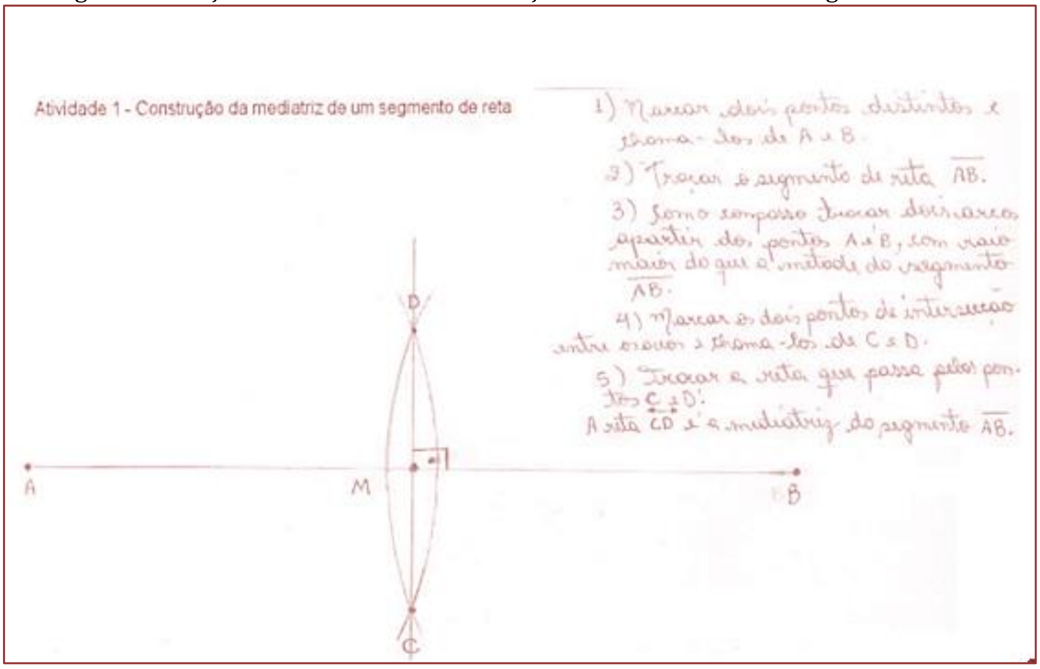
Em seguida foi explicado sobre os triângulos formados na construção e justificado por que essa construção é válida, utilizando as propriedades dos triângulos isósceles. É importante que os alunos compreendam que não basta apenas desenvolver a construção com régua e compasso, é necessário justificar a construção com o auxílio dos teoremas e propriedades da Geometria.

Por ser a primeira vez que os alunos realizaram Construções Geométricas nas aulas de Matemática sentiram dificuldade em transcrever os passos realizados na atividade. Por esse motivo, os passos da construção da primeira atividade foram desenvolvidos no quadro com o auxílio da professora pesquisadora. No momento de escrever os passos os alunos foram relembrando a forma com a qual desenvolveram a construção, permeada de idas e vindas, como afirmava Itzcovich (2012).

Na *Atividade 2 – Operações com Segmentos de Reta* os passos da construção foram desenvolvidos oralmente e transcritos pelos alunos na folha da atividade e nas demais atividades cada grupo de alunos escreveu os passos que realizaram para desenvolver a Construção Geométrica solicitada.

A seguir está a solução da *Atividade 1* apresentada por um dos alunos que participou da oficina sobre Construções Geométricas nas aulas de Matemática.

Figura 1: Solução da Atividade 1 - Construção da Mediatriz de um Segmento de Reta



Através dessa atividade foi possível perceber que os alunos entenderam a utilidade da régua para ligar pontos e para encontrar a reta que passa por dois pontos do plano. Foi possível compreender que o compasso serve para localizar pontos que estão a uma dada distância de outro ponto no plano. Além de estarem identificando a utilidade de cada instrumento de desenho e o manuseio correto dos instrumentos, estão desenvolvendo a coordenação motora, como já afirmava Souza (2013).

Além da *Atividade 1* e da *Atividade 2* citadas anteriormente, foram analisadas nessa categoria as atividades: *Atividade 4 - Construção da Reta Paralela a uma Reta dada Passando por um Ponto Fora Dela* e *Atividade 5 – Divisão de um Segmento de Reta em Partes Congruentes.*

7.CATEGORIA 2 - ÂNGULOS E SUAS IMPLICAÇÕES:

Os ângulos são elementos fundamentais da Geometria, seu entendimento por parte dos alunos é muito importante. O conceito de ângulo é indispensável para a compreensão de outros conceitos da Geometria Plana e Espacial, além de ser útil em outros campos da Matemática como a Trigonometria e a Álgebra. Como dizia Soares (2010) saber traçar ângulos, especialmente os ângulos notáveis e perceber a representação de ângulos ao nosso redor é uma percepção que pode ser estimulada pelos professores nas aulas de Matemática.

Através das Construções Geométricas é possível traçar diversos ângulos, inclusive os ângulos notáveis. Na oficina sobre Construções Geométricas que foi aplicada com os alunos do Ensino Médio foram construídos vários ângulos e analisadas propriedades que envolvem ângulos nas figuras geométricas.

Na *Atividade 3 - Transporte de um Ângulo e Construção da Bissetriz*, os alunos aprenderam a realizar duas construções relacionadas a ângulos que são elementares e necessárias para a execução de outras atividades da oficina. De acordo com Itzcovich (2012) as atividades de Construções Geométricas devem estimular o desenvolvimento das habilidades intelectuais dos alunos, fazendo com que eles analisem as figuras e as construções e identifiquem propriedades nos desenhos realizados. Foi possível perceber que os alunos entenderam facilmente os conceitos geométricos envolvidos na atividade, mas apresentaram algumas dificuldades para descrever os passos da construção, mesmo após terem desenvolvido a construção de maneira correta.

A *Atividade 6 - Construção de um Triângulo Equilátero* foi desenvolvida com facilidade e praticamente sem o auxílio da professora pesquisadora. Nessa atividade os alunos aprenderam a construir um triângulo equilátero, como cada ângulo do triângulo equilátero tem medida de 60 graus, por consequência, aprenderam a construir um dos ângulos notáveis. Foi possível retomar conceitos aprendidos em atividades anteriores, como as definições de perpendicular e bissetriz, para evidenciar que através das Construções Geométricas é possível construir todos os ângulos notáveis (basta traçar a bissetriz do ângulo de 60 graus e obtemos o ângulo notável de 30 graus e traçando a bissetriz do ângulo de 90 graus obtemos o ângulo notável de 45 graus). Wagner (2007) diz que sempre que possível devemos discutir sobre o número de soluções para um determinado problema geométrico, o que foi possível fazer nessa atividade, já que a maioria dos alunos apresentou duas possíveis soluções. Também nessa atividade surgiram entre as construções dos alunos, algumas mais elaboradas que chamaram a atenção, como a construção de um hexágono regular.

Além da *Atividade 3* e da *Atividade 6* citadas anteriormente, estão relacionadas a essa categoria as atividades: *Atividade 7 - Construção de um Triângulo com os Comprimentos dos Lados Dados* e *Atividade 8 - Pontos Notáveis do Triângulo*.

No decorrer da realização das atividades relacionadas a essa categoria foi possível perceber avanços significativos, sendo que os alunos desenvolveram autonomia para executar as Construções Geométricas e conseguiram melhorar a cada atividade desenvolvida. Nas últimas atividades foi possível perceber que os passos foram executados de maneira correta e descritos com uma linguagem mais adequada.

8.CATEGORIA 3 - PARALELAS E SUAS IMPLICAÇÕES:

A definição de reta paralela, assim como a definição de reta perpendicular, é muito importante para a compreensão de conceitos geométricos planos e espaciais. Seu entendimento é fundamental para a compreensão das propriedades das figuras geométricas, como é o caso dos quadriláteros. Nos estudos sobre Geometria Espacial, a noção de paralelismo é indispensável para a compreensão de sólidos geométricos como os prismas, cilindros, troncos de pirâmides e cones e para o entendimento da Geometria de Posição. Soares (2010) já dizia que o entendimento geométrico plano e espacial é muito importante para compreender melhor o espaço e os objetos que nos cercam.

Na oficina sobre Construções Geométricas algumas atividades evidenciam e concretizam a construção de retas paralelas, como é o caso da *Atividade 4 - Construção da Reta Paralela a uma Reta dada Passando por um Ponto Fora Dela*. No desenvolvimento dessa atividade foi possível notar que, embora alguns alunos não tenham definido corretamente o que são retas paralelas eles possuem a compreensão do que as retas paralelas representam e souberam relacioná-las a objetos na sala de aula, o que é muito importante para o desenvolvimento de habilidades geométricas.

A *Atividade 9 - Circunferência Inscrita e Circunscrita em Polígonos Regulares*, se mostrou muito interessante, pois os alunos a desenvolveram com maior autonomia, o que gerou construções diferentes em alguns grupos. Nessa atividade também foi possível resgatar vários conceitos vistos nas atividades anteriores e que estão relacionados com Geometria Plana, um deles foi o de segmentos de retas paralelos.

Além da *Atividade 4* e da *Atividade 9* citadas anteriormente, também está relacionada com essa categoria a *Atividade 5 - Divisão de um Segmento de Reta em Partes Congruentes.*

Nessa categoria aconteceu o fechamento da oficina sobre Construções Geométricas nas aulas de Matemática do Ensino Médio, com a conclusão das atividades propostas. Foi possível perceber que a maioria dos alunos conseguiu entender o que são as Construções Geométricas, quais são os instrumentos de desenho necessários para realizá-las, como se manuseia esses instrumentos de desenho, além de aprenderem a realizar as Construções Geométricas elementares que são indispensáveis para a compreensão dos elementos mais elaborados da Geometria. Além disso, foi possível retomar e aprofundar as definições de vários conceitos da Geometria Plana e Espacial vistos no Ensino Fundamental e elevar a aprendizagem geométrica dos alunos.

9.CONSIDERAÇÕES FINAIS:

De acordo com a pesquisa foi possível perceber que os alunos envolvidos apresentaram um visível crescimento em seus níveis de aprendizagem geométrica. Isso pode ser comprovado pelo progresso que apresentaram no desenvolvimento das atividades da oficina e pelas respostas nos questionários. Também foi possível perceber que cada aluno possui um ritmo pessoal de aprendizagem, sendo que esse fator não impediu que os alunos conseguissem desenvolver as atividades de Construções Geométricas, apenas precisaram de um tempo maior.

Podemos dizer que atividades de Construções Geométricas podem ser utilizadas para aprimorar o pensamento matemático e elevar o nível de aprendizagem nos alunos e representam uma excelente forma de retomar conceitos já aprendidos e introduzir novos conceitos geométricos. Além disso, essas atividades auxiliam no traçado correto das figuras, na utilização correta dos instrumentos de desenho, na percepção geométrica dos objetos e formas e na aplicação de teoremas, propriedades e definições da Geometria.

Foi possível estabelecer uma relação entre a Teoria Van Hiele e atividades de Construções Geométricas, como segue abaixo:

Nível 1 - Visualização: o aluno é capaz de conhecer visualmente as figuras geométricas e conhece os instrumentos de desenho régua e compasso.

Nível 2 - Análise: o aluno já consegue identificar as propriedades das figuras e sabe utilizar os instrumentos de desenho da forma correta.

Nível 3 - Dedução Informal: o aluno é capaz de efetivar construções, porém não compreende por que essas construções são válidas e descobre novas funções para os instrumentos de desenho.

Nível 4 - Dedução Formal: o aluno consegue compreender os elementos matemáticos que justificam as construções realizadas, sendo capaz de descrever os passos executados para efetivar a Construção Geométrica realizada.

Nível 5 - Rigor: o aluno é capaz de compreender e desenvolver sozinho uma Construção Geométrica mais elaborada e descreve os passos com clareza, justificando cada construção apoiado em teoremas, proposições e propriedades das figuras geométricas.

Podemos afirmar que através da experiência com Construções Geométricas nas aulas de Matemática do Ensino Médio os alunos tiveram a oportunidade de dar sentido e visualizar as propriedades das figuras geométricas. Além disso foi possível empregar as propriedades vistas na resolução de problemas relacionados a Geometria e compreender alguns conceitos vistos anteriormente pelos alunos nas aulas de Matemática.

REFERÊNCIAS:

[1] Ander-EGG, E. Introducción a Las Tecnicas de Investigación Social: para trabajadores sociales. Buenos Aires: Editora Humanitas, 1978.

[2] Gonçalves, F. A.; Gomes, L. B.; Vidigal, S. M. P. Materiais Manipulativos Para o Ensino de Figuras Planas. São Paulo: Mathema, 2012.

[3] Itzcovich, H. Iniciação ao Estudo Didático da Geometria: das construções às demonstrações. São Paulo: Anglo, 2012.

[4] Januário, A. J. Desenho Geométrico. Florianópolis: UFSC, 2000.

[5] Júnior, L. P. D. S. Construções Geométricas por Régua e Compasso e Números Construtíveis. Campina Grande: Dissertação de Mestrado Universidade Federal de Campina Grande, 2013.

[6] Lestón, P. Acta del XII Congreso Argentino de Educación Matemática. Buenos Aires: Soarem, 2018.

[7] Marca, A. Construções Geométricas Como Recurso Pedagógico no Ensino Médio. Pato Branco: Dissertação de Mestrado Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

[8] Marca, A. Biesdorf, J. Bennemann, M. Construções Geométricas como Recurso Pedagógico nas Aulas de Matemática do Ensino Médio. XII ENEM. São Paulo: SBEM, 2016.

[9] Rezende, E. Q. F.; Queiroz, M. L. B. Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas. Campinas: Unicamp, 2010.

[10] Roque, T. História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

[11] Soares, E. S. Ensinar Matemática: desafios e possibilidades. Belo Horizonte: Dimensão, 2010.

[12] Souza, R. D. O Resgate do Ensino das Construções Geométricas na Educação Básica. Illhéus: Dissertação de Mestrado Universidade Estadual de Santa Cruz, 2013.

[13] WAGNER, E. Construções Geométricas. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

[14] WAGNER, E. Uma Introdução às Construções Geométricas. Rio de Janeiro: OBMEP, 2009.

Capítulo 7

Manoel Jairo Bezerra e os livros didáticos

Leandro Silvio Katzer Rezende Maciel
Raquel Pierre Dimitrov
Michele Cristina de Jesus

Resumo: Esta pesquisa tem por objetivo principal a análise das obras bibliográficas escritas pelo professor de Matemática Manoel Jairo Bezerra (1920-2010), ou seja, livros didáticos e apostilas nas quais Jairo Bezerra foi autor ou co-autor e que compõe o Acervo Pessoal do autor dessa pesquisa.

Trata–se de uma investigação em andamento e constituinte de pesquisa do Programa Individual de Pesquisa para Docentes da Universidade Paulista – UNIP, intitulada “Manoel Jairo Bezerra, a Matemática e a Radiodifusão Educativa no Brasil”. Através desta pesquisa, dentre outros aspectos, desenvolve-se um resgate histórico no que diz respeito às produções acadêmicas desse professor.

Uma das etapas dessa pesquisa é a organização e a catalogação dos livros escritos por Manoel Jairo Bezerra, que consiste na organização do acervo pessoal relacionado ao Professor Manoel Jairo Bezerra, bem como sua análise. Em grande medida, salvo os livros didáticos, o material existente está relacionado às ações de Manoel Jairo Bezerra em televisão educativa.

A base teórico-metodológica é influenciada pelo trabalho do historiador Alain Chopin no que diz respeito a função referencial de um livro didático:

> Função Referencial (...): o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa(...). Constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações. Função Instrumental: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe atividades que visam a memorização dos conhecimentos (...). Função Ideológica e Cultural: (...) o livro didático (...) como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes (...).(Chopin, 2004).

Ou seja, que relações mais amplas podemos estabelecer em relação aos livros didáticos escritos por Manoel Jairo Bezerra? Quais as fontes de financiamento?

1.ESTUDO DA ARTE

No que chamamos de Estudo da Arte, que nada mais é do que uma busca bibliográfica organizado por temas de interesse, procuramos localizar artigos e trabalhos relacionados com a história do Professor Manoel Jairo Bezerra. Localizamos os trabalhos dispostos na tabela a seguir:

Tabela 1: Trabalhos realizados sobre Manoel Jairo Bezerra

Tipo	Assunto	Autor da Obra
Dissertação de Mestrado	Educação e memória: inventário das obras publicadas na área de matemática pela campanha de aperfeiçoamento e difusão do ensino secundário (CADES)	Backes ,Tayza; Gaertner, Rosinete. FURB 2006 - 2007
Artigo	Manoel Jairo Bezerra: depoimentos em vida p.(121-139)	Maciel ,Leandro Silvio Katzer Rezende – 2012
Dissertação	A CADES e a formação de professores (de matemática):Textos e contextos de uma campanha	Baraldi, Ivete; Gaertner, Rosinete. Unesp – UNESP – Bauru / FURB – Blumenau / 2013
Artigo - VII Congresso Brasileiro de História da Educação	Os cadernos MEC de história e matemática: dispositivos pedagógicos e constituição da cultura escolar.	Filgueiras ,Juliana Miranda. Universidade Federal de São Paulo / 2013
Artigo – CIEM (Congresso Internacional de Ensino de Matemática)	Livro didático e telenovela educativa: como funcionam?	Maciel ,Leandro Silvio Katzer Rezende- 2013
Dissertação de pós-graduação	Por que usamos símbolos em Matemática?	Silva, Aldeni Rosa da. Universidade Federal Fluminense - 2013.
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	Traços de “modernidade” nos artigos Matemático da Revista Escola Secundária	Araujo de Oliveira, Maria Cristina; Pietropaolo, Ruy Cesar. PUC/PR 2008
Dissertação de Mestrado	A Estatística e a Probabilidade nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio	Oliveira, Paulo Iorque Freitas de. PUC/RS - 2006
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	A Revista Escola Secundária e a CADES: Traços de uma Formação de Professores na História da Educação (Matemática)	Baraldi , Ivete Maria ; Gaertner, Rosinete. Universidade Estadual Paulista / Universidade Regional de Blumenau / 2010
Artigo	O Livro e os Recursos Didáticos no Ensino de Matemática	Ramos, Fernando Carvalho - VIDYA, 2004 – periodicos. unifra.br
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	Ensino de matemática e matemática moderna em congressos no Brasil e no mundo	Soares, Flavia. Revista Diálogo Educacional, v. 8, p. 727-744, 2008
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	Uma Análise de Livros Didáticos de Matemática Consultados no Curso Colegial – 1943 A 1961	Ribeiro, Denise Franco Capello; Pires, Célia Maria Carolino. Revista Brasileira da História da Matemática - 2013
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	Campanha DE Aperfeiçoamento E Difusão do Ensino Secundário – CADES: Formação de Professores de Matemática na Bahia (1950-1970)	Rocha, Daniela da Silva. UFBA/UEFS-2010
Artigo – ENEM (Encontro Naci- nal de Educação matemática)	Contribuições do laboratório de educação Matemática num programa de iniciação à docência	Noel Filho, Antonio. Universidade de Sorocaba - 2013
Artigo – ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)	Programa dá licença Matemática - UFF e a Formação Inicial e Continuada do Professor de Matemática	Natasha Cardoso Dias; Wanderley Moura Rezende

Verificou-se a existência de um único trabalho cujo interesse central é a análise da vida e a obra de Manoel Jairo Bezerra: *Manoel Jairo Bezerra: depoimentos em vida* (Maciel, 2012), publicado na revista Zetetiké. E não se trata de estudo analítico. É trabalho descritivo, pautado na história oral e que se preocupou mais com a produção de uma memória. Os demais trabalhos citam Manoel Jairo Bezerra, mas como uma referência a projetos mais abrangentes relacionados à didática, Educação Matemática e livros didáticos.´

Notamos que esses trabalhos podem ser subdivididos em algumas temáticas mais amplas: políticas públicas, didática da matemática e memória. Em um primeiro momento verificamos que Manoel Jairo Bezerra provavelmente tinha, de algum modo, estreita ligação com os agentes do governo à época, pelo menos no que diz respeito aos lotados no Ministério da Educação nas décadas de 1960 e de 1970

Por se tratar de um período conturbado da política nacional caracterizado pelo regime de governo militar, deixamos claro que não existem elementos que relacionem esse professor à opressão e à tortura. Pelo que parece, atuava distante desse núcleo e que sua relação pode ter relação com necessidades mais amplas de financiamento governamental para a área de educação, tais como os projetos teleducativos que ele desenvolveu na Fundação Centro Brasileiro de Televisão Educativa (Maciel, 2009).

2.DAS OBRAS DE MANOEL JAIRO BEZERRA

Nesse tópico apresentamos as obras catalogadas do Professor Manoel Jairo Bezerra. Há indicativos de que ele publicou mais de 50 livros didáticos (Maciel, 2012). Mas temos a hipótese de que esse quantitativo não inclui as apostilas por ele elaboradas para alguns projetos de Televisão Educativa, em particular o curso Artigo 99 da TV Tupi e o Telecurso João da Silva.

Somente esses três resultam em 29 volumes: 6 no formato de livro (Projeto "A Conquista" e as 23 restantes em formato de apostila (Curso Supletivo "João da Silva" e "Universidade de Cultura Popular)

Elaboramos o levantamento das obras que tivemos acesso, com autoria ou coautoria de Manoel Jairo Bezerra:

Tabela 1: Trabalhos realizados sobre Manoel Jairo Bezerra

Título	Autores	Ano
Curso de Matemática. Segundo ano colegial (clássico e científico)	Manoel Jairo Bezerra	1953
Questões de Exames de Admissão às Escolas Normais Carmela Dutra e Instituto de Educação e ao primeiro ano do Colegío Naval, Escola Preparatória de Cadetes e Escola Preparatória de Cadetes do Ar	Manoel Jairo Bezerra	1953
Curso de Matemática. Terceiro ano colegial (clássico e científico)	Manoel Jairo Bezerra	1954
Curso de Matemática. Primeiro ano colegial (clássico e científico)	Manoel Jairo Bezerra	1955
Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico	Manoel Jairo Bezerra	1960
Didática de Matemática	Manoel Jairo Bezerra	1962
Recreações e material didático de matemática - seu emprego na escola primária	Manoel Jairo Bezerra	1962
Problemas e exercícios de Matemática para os exames de admissão às escolas normais, miltares e Artigo 91	Manoel Jairo Bezerra	1964
Cadernos MEC Aritmética	Manoel Jairo Bezerra	1965
Cadernos MEC Geometria	Raimundo Nonato; Francisco Diniz Junqueira; Manoel Jairo Bezerra	1966
Iniciando a Matemática Moderna. Primeiro volume	Manoel Jairo Bezerra; Ary Quintela; Maria Helena Silva	1967
Moderno Curso de Matemática: 1º ano dos cursos clássico e científico	Manoel Jairo Bezerra	1968
Questões de Matemática para os cursos de preparação às escolas normais e militares. Cursos de Art. 99 e cursos ginasiais e comerciais	Manoel Jairo Bezerra	1969

(continuação ...)

Tabela 1: Trabalhos realizados sobre Manoel Jairo Bezerra

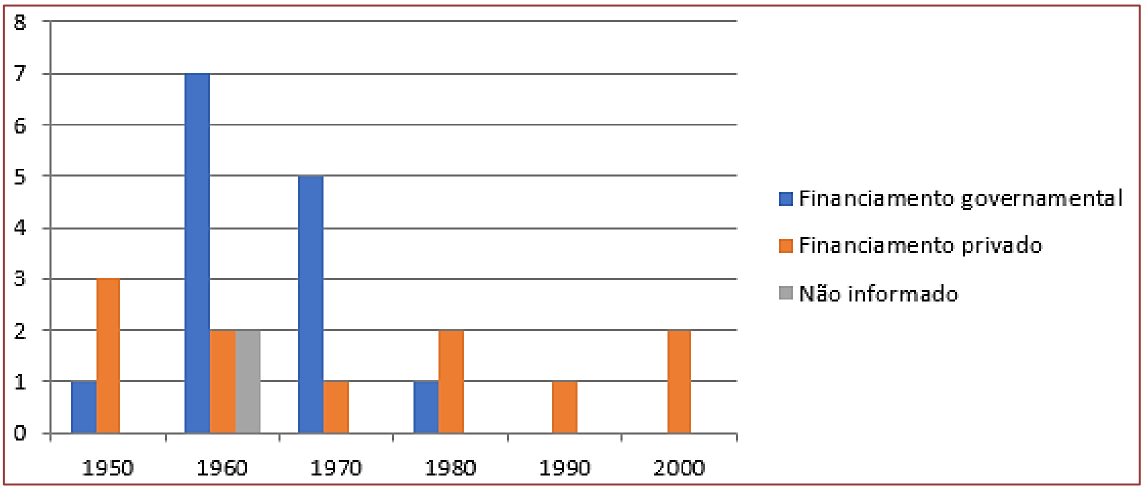
Título	Autores	Ano
Iniciando a Matemática Moderna. Segundo volume	Manoel Jairo Bezerra; Ary Quintela	1969
Universidade de Cultura Popular - 18 apostilas	Gilson Amado; Dinamérico Pereira Pombo; Judith Brito de Paiva e Souza; Manoel Jairo Bezerra; Cadmo Bastos; Renato Azevedo; José Sales Tiné; Tharceu Nerer; Nilo Garcia	1969?
Guia metodológico para Cadernos MEC Matemática	Manoel Jairo Bezerra	1970
Curso Supletivo "Jõao da Silva" - 5 apostilas	Adriano da Gama Kury; Edyr dos Reis Silva; Elisabeth Hadad Murad; Janine Wagner de Alvarenga; Manoel Jairo Bezerra; Sonia Barreiros da Silva Brandão; Wilma Caruso de Carvalho	1972?
Projeto Conquista - 6 volumes	Adriano da Gama Kury; Marco Antonio Toledo Neder; Manoel Jairo Bezerra; Amaury Reis; Roberto de Souza Paulo e Roberto da Costa Salvador; Marco Muccioio; Neuza Barreto de Oliveira Silva; Domício Proença Filho; Lígia de Oliveira Auricchio	1977
Cadernos MEC Geometria 1.	Manoel Jairo Bezerra; Otto Schwarz; Roberto Zaremba Bezerra	1977
Cadernos MEC Álgebra 1	Manoel Jairo Bezerra; Roberto Zaremba Bezerra; Silvio Jupuriti Alves Drago	1977
Matemática para um currículo atual 5ª série	Manoel Jairo Bezerra; Paulo Brandi	1978
Aritmética	Manoel Jairo Bezerra; Roberto Zaremba Bezerra	1982
Vamos Gostar da Matemática	Manoel Jairo Bezerra	1985
Questões de Matemática para os cursos de preparação às escolas normais e militares. Ensino de primeiro Grau, cursos supletivos e comerciais	Manoel Jairo Bezerra	1988?
Novo Bezerra Matemática 2º Grau Volume único	Manoel Jairo Bezerra; José Carlos Putnoki "Jota"	1996
Assessoria Pedagógica. Série Parâmetros. Matemática para o Ensino Médio	Manoel Jairo Bezerra	2001
Matemática para o ensino médio	Manoel Jairo Bezerra	2001

A partir dessa catalogação, realizamos uma primeira análise das produções bibliográficas de Manoel Jairo Bezerra, considerando as fontes de financiamento (público ou privado), quantidade de publicação por editora, autoria e produtividade acadêmica.

No que diz respeito às fontes de financiamento, 52 % advém de instituições ligadas ao Governo, 41 % foram publicadas por meio de editoras privadas e 7% das obras não informavam a instituição responsável pela edição.

Essa dependência do Governo para publicações talvez seja uma característica do mercado editorial didático do século passado. Um necessário financiamento para que livros didáticos chegassem ao público estudantil, em particular estudantes da educação básica.

Gráfico 1: fontes de financiamento



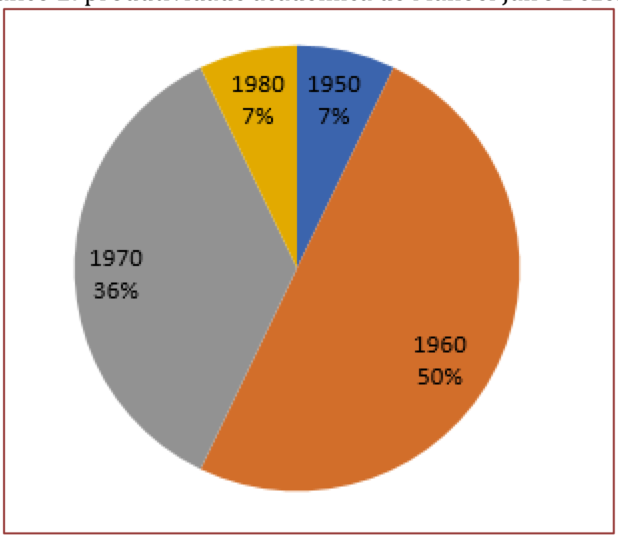
No período de maior produtividade acadêmica de Manoel Jairo Bezerra, entre 1960 e 1970, houve forte participação do governo nas publicações dele. À medida que nos distanciamos desse período, há um aumento da participação de instituições privadas em detrimento do governo.

Não coincidentemente, entre as décadas de 1960 e 1970, Manoel Jairo Bezerra esteve à frente, ao lado de Gilson Amado e Alfredina de Paiva e Souza, na constituição da primeira emissora de televisão educativa do Governo Federal do Brasil – a TVE Brasil (MACIEL, 2012). O que pode significar não uma influência pessoal de Manoel Jairo Bezerra durante os governos militares, mas sim uma grande dependência da área de educação no que diz respeito ao financiamento público. Os sucessos e aperfeiçoamentos do sistema podem estar ligados diretamente ao interesse de investimento do Governo Federal nessa área.

Desses financiamentos no mercado editorial, destaca-se que todas com origem governamental estão diretamente ligados ao Governo Federal. No que diz respeito ao financiamento privado 91 % dos livros foram publicados através da Companhia Editora Nacional e apenas 9 % (o equivalente à uma editora, a Philobiblion livros de arte LTDA) advém de outras organizações.

É também interessante notar que as edições dos livros didáticos estão concentradas na década de 1960: 41 % das obras foram publicadas nesse período, totalizando 11 livros. Sua vida no mercado editorial se inicia na década de 1950 e se extingue nos anos 2000, com apenas 7% das obras (o que é natural, pois faleceu no ano de 2010).

Gráfico 2: produtividade acadêmica de Manoel Jairo Bezerra



As primeiras publicações ocorreram quando Manoel Jairo Bezerra tinha 33 anos, *através das obras Curso de Matemática. Segundo ano colegial (clássico e científico) e Questões de Exames de Admissão às Escolas Normais Carmela Dutra e Instituto de Educação e ao primeiro ano do Colegío Naval, Escola Preparatória de Cadetes e Escola Preparatória de Cadetes do Ar* – ambas datadas de 1953. Foi na década de 1960, aos 40 anos que publicou mais livros (11 no total). Isso não significa que Manoel Jairo Bezerra tenha iniciado o seu declínio profissional aos 50 anos. Há um fator importante que ocorreu na década de 1970: ele dedicou seu tempo na criação da TVE Brasil e na produção de programas teleducativos.

Ele começou a sair de cena na década de 1980, período em que ainda esteve atuante e participou da implantação do canal de televisão educativa TVE Escola (Frequência 32 UHF da cidade do Rio de Janeiro).

3. CONSIDERAÇÕES

Essa é uma primeira análise dos livros didáticos de Manoel Jairo Bezerra. Segundo seu filho, Roberto Zaremba Bezerra, ele publicou mais de 50 livros. Ou seja, até o momento, localizamos pouco mais de 50 % desse material.

Até o final de julho pretendemos localizar os demais livros didáticos ou paradidáticos escritos por ele, resultando em uma catalogação mais completa. Para tanto, serão realizadas pesquisas em bibliotecas e a família dele será novamente contatada.

Entendemos que um percentual superior a 50 % já seja significativo pelo menos no que diz respeito às obras de maior influência e tiragem, haja visto que todas os livros aqui divulgados foram adquiridos em sebos (lojas de livros usados).

Os resultados aqui apresentados dizem respeito a segunda etapa de uma pesquisa mais ampla, iniciada com a organização e a catalogação dos documentos doados pela família de Manoel Jairo Bezerra ao autor desse trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] chopin, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30, n.3, CHOPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. Tradução de Maria Adriana set./dez 2004. 549-566. Tradução de Maria Adriana C. Capello.

[2] Maciel, L. S. K. "A Conquista": uma história da educação à distância pela televisão e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. São Paulo: Universidade Bandeirante de São Paulo, 2009. Dissertação.

[3] Maciel, L. S. K. Manoel Jairo Bezerra: depoimentos em vida. Zetetiké, Campinas, 20, jan./jun. 2012.

Capítulo 8

As avaliações externas e a organização do trabalho pedagógico: Um estudo metodológico de pesquisas realizadas em periódicos voltados para a avaliação educacional

Ildenice Lima Costa

Resumo: Este artigo descritivo busca analisar as tendências metodológicas utilizadas em pesquisas voltadas para a avaliação educacional, bem como verificar se estas são compatíveis com os seus objetivos. Tais produções têm em comum esclarecer hipóteses sobre a repercussão das avaliações externas no âmbito da organização do trabalho pedagógico de escolas brasileiras do ensino fundamental. Realizou-se uma busca de artigos, publicados entre 2010 e 2015 nos seguintes periódicos (eletrônicos): Estudos em Avaliação Educacional (Fundação Carlos Chagas) e Associação Brasileira de Avaliação Educacional – ABAVE (anais). Depois de compiladas, observou-se que a maior parte das produções possui caráter qualitativo; estas não explicitam nem o método de pesquisa, nem o método de análise de dados; não deixam claro o tipo de pesquisa segundo objetivos e fontes de informação. Trazem importantes considerações sobre as tendências curriculares e avaliações como indicadores de desempenho escolar. Apenas duas traziam objetivos voltados para a Matemática ou Educação Matemática.

Palavras-chave: Avaliação; Avaliações Externas; Avaliações em larga escala; Organização do Trabalho Pedagógico; Matemática.

1. INTRODUÇÃO

No momento em que os meios de comunicação enaltecem as avaliações externas (ou avaliações em larga escala) como sendo mais uma alternativa para solução de muitos dos problemas que envolvem a qualidade do ensino público, ampliam-se também as reflexões sobre as questões que evidenciam o fraco desempenho do Brasil nestas avaliações, em especial nas de Matemática, e a responsabilização de professores e instituições escolares frente a este cenário. De fato, faz-se necessário reconhecer o que realmente se espera destes instrumentos avaliativos e de que forma eles estão sendo aplicados nas escolas, a fim de buscar respostas às questões iminentes e alternativas para a melhoria do desempenho escolar dos estudantes da rede pública de ensino.

Tendo em vista a realização de uma investigação mais aprofundada sobre o tema, torna-se apropriado realizar a análise das tendências metodológicas utilizadas nas pesquisas para ele voltadas, bem como verificar se estas são compatíveis com os objetivos propostos por estes estudos.

Para tanto, realizou-se uma busca de artigos sobre o assunto, publicados nos seguintes periódicos: Estudos em Avaliação Educacional (Qualis B2, da Fundação Carlos Chagas, versão para a internet) e Associação Brasileira de Avaliação Educacional – ABAVE (anais eletrônicos). Ao todo, a análise realizada compreende o total de 14 artigos destas publicações, que tiveram o design metodológico examinado a fim de fornecer, em caráter amostral, os objetivos e as respectivas metodologias aplicadas para alcançá-los.

Serão elencadas as principais abordagens, metodologias, métodos de análise e referenciais teóricos utilizados na investigação do objeto de estudo das produções selecionadas, referente às avaliações externas ou avaliações em larga escala, assim como a proximidade destas produções à Matemática ou Educação Matemática. Estas produções têm em comum o esclarecimento de algumas hipóteses sobre a repercussão destas avaliações no âmbito da organização do trabalho pedagógico de escolas brasileiras do ensino fundamental.

2.DESENVOLVIMENTO

O estudo que se segue permite obter uma visão panorâmica das produções acadêmicas existentes em alguns repositórios. Isso foi possível por meio da busca de impressões individuais sobre a temática voltada para as avaliações externas e suas relações com a organização do trabalho pedagógico, iniciadas a partir da dissertação “As concepções e práticas avaliativas em Matemática de um grupo de professores do 5º ano do Ensino Fundamental e suas relações com a Prova Brasil”, que à época da realização desta pesquisa, encontrava-se em desenvolvimento pela autora.

Parte-se do princípio de que a busca pela compreensão mais aprofundada sobre um tema específico pode efetivar uma melhor relação entre o pesquisador e o objeto. E analisar o que já foi pesquisado, dentro de um cerne de informações e publicações pré-existentes, bem como a forma como foi pesquisado, é uma atividade que pode evidenciar características importantes do próprio objeto de pesquisa e fomentar novas respostas às questões de pesquisa.

A análise, portanto, pretende demarcar as características que sejam comuns às produções em questão, não deixando de relatar, inclusive, as eventuais divergências que estas possam demonstrar entre os seus objetivos e as propostas metodológicas aplicadas.

Inicialmente, os repositórios selecionados para a busca de produções foram os que tinham maior proximidade com o tema em questão (a avaliação, em seu sentido genérico). Sendo assim, os periódicos “Estudos em Avaliação Educacional”, entre os anos de 2010 a 2015 e os anais da Associação Brasileira de Avaliação Educacional (ABAVE), de 2013 a 2015 foram escolhidos: por estarem disponíveis em versão online e gratuita; por tratarem, em sua essência, do tema “avaliação”, no âmbito do sistema educacional brasileiro; em razão da proximidade com o tema “Avaliações Externas”, que atualmente norteiam as pesquisas sobre a qualidade educacional e políticas de responsabilização; pelo enfoque das pesquisas à organização do trabalho pedagógico das instituições participantes das avaliações externas; e por conterem os registros expressos de resultados na atividade de pesquisa.

Para a seleção dos artigos, foi realizada uma consulta simples das ocorrências dos termos: “avaliação externa”, “Prova Brasil”, “Provinha Brasil” e “SAEB”, a fim de apontar as produções que objetivassem destacar estas avaliações em larga escala realizadas no sistema de ensino público brasileiro, conforme consta na Tabela 1:

Tabela 3 - Periódicos e quantidade de artigos a serem pesquisados

	Estudos em Avaliação Educacional (de 2010 a 2015)			Anais da ABAVE (de 2013 a 2015)		
	Qtde. Ocorrências	*Ocorrências Pertinentes ao recorte temporal*	*Ocorrências Pertinentes a OTP*	*Qtde. Ocorrências*	*Ocorrências Pertinentes ao recorte temporal*	*Ocorrências Pertinentes a OTP*
Avaliação Externa / Avaliações Externas	15	09	05	07	07	04
Prova Brasil	12	11	03	04	04	02
Provinha Brasil	02	02	01	01	01	00
SAEB	27	07	01	07	07	00
Total	56	29	10	19	19	06
Voltados para o tema	10 artigos *(sem repetição de ocorrências)*			04 artigos *(sem repetição de ocorrências)*		

FONTE: Produzida pela autora a partir da publicação dos periódicos em suas versões online (2015).

As ocorrências dos termos na Tabela 1 e o seu recorte temporal permitiram a filtragem necessária à análise metodológica proposta. A partir daí, foram registradas as ocorrências pertinentes às relações entre as avaliações em larga escala e a organização do trabalho pedagógico dos locais pesquisados.

Excluindo-se as ocorrências em repetição, a pesquisa foi realizada com o montante de 14 artigos, em suas versões online: 10 deles do periódico "Estudos em Avaliação Educacional" e 4 da ABAVE (conforme a Tabela 3):

Tabela 4 - Artigos - EAE

Estudos em Avaliação Educacional			Anais da ABAVE		
	Artigos	*Autor(es)*		*Artigos*	*Autor(es)*
1	*Avaliação externa da escola: repercussões, tensões e possibilidades*	Ivan Amaro	11	*Experiências de Equipes Gestoras com Avaliações Externas: um estudo em escolas da Rede Municipal de Ensino de São Paulo*	Pâmela Félix Freitas Cristiane Machado
2	*Avaliações externas e qualidade na educação básica: articulações e tendências*	Ocimar M. Alavarse Maria Helena Bravo Cristiane Machado	12	*Como as Avaliações Externas São Apropriadas Dentro da Escola: analisando planos de ensino*	Thiago Fernando Ferreira Costa Juliana Nunes Ferraz
3	*Avaliação de professores: um campo complexo*	Bernadete Gatti	13	*As Avaliações Externas no Ensino Fundamental: influências no currículo e no cotidiano escolar*	Diana Gomes da Silva Cerdeira Andrea Baptista de Almeida
4	*Multicurso matemática: avaliação e aprimoramento*	Eliane Birman Isa Cristina da Rocha Lopes	14	*Usos de Resultados de Avaliações Externas por Coordenadores Pedagógicos e Professores: implicações para o currículo?*	Cláudia Oliveira Pimenta Ione Ishii Mauro Pedro dos Santos
5	*Saresp e progressão continuada: implicações na avaliação escolar*	Paulo Henrique Arcas			
6	*Avaliações externas: tensões e desafios para a gestão escolar*	Cynthia Paes de Carvalho Ana Cristina Prado de Oliveira Maria de Fátima Magalhães de Lima			

(Continuação ...)

Tabela 5 - Artigos - EAE

Estudos em Avaliação Educacional				Anais da ABAVE	
	Artigos	*Autor(es)*		*Artigos*	*Autor(es)*
7	*Accountability escolar: um estudo exploratório do perfil das escolas premiadas*	Mariane Campelo Koslinski Carolina Portela da Cunha Felipe Macedo de Andrade			
8	*Gestão educacional e resultados no Ideb: um estudo de caso em dez municípios cearenses*	Eloisa Maia Vidal Sofia Lerche Vieira			
9	*Avaliações educacionais e seus reflexos em ações federais e na mídia eletrônica*	João Luiz Horta Neto			
10	*Índice de condições de qualidade educacional: metodologia e indícios*	Ângelo Ricardo de Souza Andréa Barbosa Gouveia Gabriela Scheneider			

FONTE: Produzida pela autora (2015).

2.1. CARACTERÍSTICAS DAS PRODUÇÕES

A presença recorrente de alguns autores nos artigos analisados é evidenciada pela Figura 1, de nuvem de palavras. Este instrumento caracteriza as palavras mais utilizadas por seu tamanho, sendo ele amparado pelos preceitos de Bardin (2011), no qual os nomes dos autores tiveram sua frequência registrada e serviu como indicador da natureza dos conteúdos pautados em análise. A síntese destas obras resulta em trabalhos amparados pelos teóricos da avaliação da educação básica, bem como pesquisadores da qualidade educacional no ensino fundamental.

Figura 1 - Referenciais Teóricos

Esta nuvem deixa claro que as produções basearam-se basicamente nos trabalhos postulados por Oliveira (2004 / 2010 / 2011), Bonamino (1999 / 2004), Bonamino e Sousa (2012), Sousa (1997/2004/2009/2010), Franco, Alves e Bonamino (2007), Brooke (2006/2011/2013), Brooke e Soares (2008) Franco (1999 / 2001 / 2002 / 2007 / 2008), Souza (2003/2007/2012), Soares (2007/2010/2013), Afonso (1999 / 2000 / 2005/2009/2010), Freitas (1995/2005/2007/2009/2013), Alves (2007/2008/2013), Fernandes (2007), Fernandes e Gremaud (2009) e Sacristán (1998).

Infelizmente, em algumas produções não pudemos obter tal constatação, devido ao fato de que estas não possuem suas versões completas nos seus respectivos repositórios.

As palavras-chaves recorrentes em todas as produções, além das que se evidenciaram na busca inicial, foram: matriz de referência, planos de ensino, currículo escolar, responsabilização educacional, *accountability*, planos de ensino, escolas públicas, equipe gestora, qualidade do ensino, políticas educacionais, avaliação de professores, avaliação em serviço, avaliação participativa, formação de professores, avaliação da aprendizagem, avaliação da educação, progressão continuada, políticas educacionais, plano de desenvolvimento da educação, IDEB.

Gonsalves (2005) faz referência aos tipos de pesquisa conforme objetivos, procedimentos de coleta de dados, fontes de informação e natureza dos dados, como consta na Tabela 2.

Tabela 6 - Tipos de Pesquisa

Segundo os Objetivos	Segundo os Procedimentos de coleta de dados	Segundo as fontes de Informação	Segundo a natureza dos dados
	▪ Experimento		
▪ Exploratória	▪ Levantamento	▪ Campo	
▪ Descritiva	▪ Estudo de Caso	▪ Laboratório	▪ Quantitativa
▪ Experimental	▪ Bibliográfica	▪ Bibliográfica	▪ Qualitativa
▪ Explicativa	▪ Documental	▪ Documental	
	▪ Participativa		

FONTE: Gonsalves, E. P. Conversas sobre iniciação à pesquisa científica. Campinas, 2005.

À tabela e às análises, foi incluído o tipo de pesquisa mista ou "quali-quanti" por se pensar que este tipo de estudo "abre as portas para métodos múltiplos, diferentes visões de mundo e diferentes suposições, além de diferentes formas de coleta e análise de dados" (CRESWELL, 2007, p.30). Ou seja, percebe-se que dentre os diversos estudos analisados há pesquisas que apresentam suas fontes de dados tanto qualitativas quanto quantitativas, mesmo

que *a priori* alguma destas não esteja enunciada. Assim, é possível a visualização das produções, bem como uma análise conforme estava previsto em seus *designs* metodológicos.

Em relação à abordagem metodológica utilizada nas produções, compreende-se que é importante ao pesquisador adotar uma postura epistemológica frente ao seu objeto de pesquisa (GONSALVES, 2005, p.61-62). Identificar o método apresenta-se como o meio de escolher um caminho para se chegar ao objetivo da investigação, configurando assim o percurso metodológico o qual se pretende percorrer.

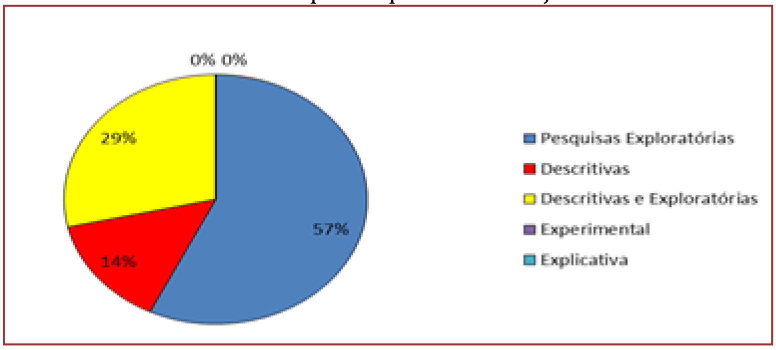
Contudo, apenas três pesquisas selecionadas trazem em seu escopo uma apresentação como sendo de natureza histórica. As outras 11 não especificam. Destas, apenas uma traz tendência do tipo fenomenológica, não elucidando tal abordagem, de fato. Uma única pesquisa traz uma abordagem que tende ao materialismo histórico-dialético, sem também, especificá-lo. Seguem-se, portanto, as análises das produções acadêmicas conforme a tabela sugerida por Gonsalves (2005).

2.2. ANÁLISE DO TIPO DE PESQUISA SEGUNDO OS OBJETIVOS

Segundo os objetivos, há o predomínio de pesquisas exploratórias e descritivas, conforme consta no Gráfico 1. Ainda que tais informações não sejam explícitas no conteúdo dos trabalhos apresentados, algumas pesquisas descritivas também se denotam presentes no mesmo contexto de algumas pesquisas exploratórias. Foram ao todo: 8 pesquisas exploratórias; 2 pesquisas descritivas e 4 pesquisas exploratórias e descritivas.

Há que se ressaltar que as quatro pesquisas que se declaram exploratórias foram consideradas descritivas também, pelo fato de que nestas os pesquisadores enfatizam a descrição ou caracterização com detalhes alguma situação, um fenômeno ou os problemas relatados (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.70).

Gráfico 1 - Pesquisas quanto aos Objetivos

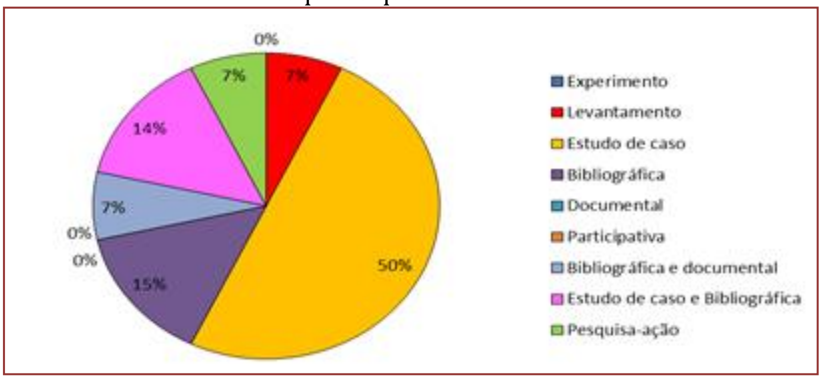


As pesquisas experimentais e explicativas não foram evidenciadas. No entanto, a predominância de uma maioria de pesquisas exploratórias leva a crer que, em decorrência do tema em questão ser recente e possuir pouca produção bibliográfica, a quantidade de pesquisas que possuem resultados de trabalhos em campo ainda é escassa.

2.3. ANÁLISE DO TIPO DE PESQUISA SEGUNDO OS PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Observa-se o predomínio dos estudos de caso nas produções em análise (Gráfico 2). Foram ao todo: 7 estudos de caso; 2 pesquisas bibliográficas; 2 estudos de caso e bibliográficas; 1 pesquisa bibliográfica e documental; 1 pesquisa-ação e 1 levantamento.

Gráfico 2 - Pesquisas quanto a coleta de dados

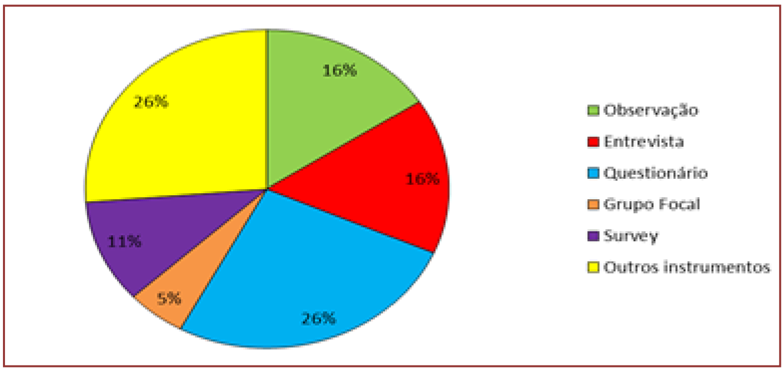


A predominância dos estudos de caso demonstra uma tendência dos pesquisadores sociais, uma vez que este tipo de estudo leva-os a explorar situações da vida real, descrevendo-as como parte do contexto investigado e explicando as variáveis que não possibilitam a utilização de experimentos e levantamentos (GIL, 2008, p. 58).

Por conseguinte, as pesquisas bibliográficas figuram também com o segundo maior contingente de estudos desta análise, em decorrência do acesso que os pesquisadores têm ao acervo bibliográfico sobre o tema em questão e a documentos, inclusive históricos, facilitados pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Não foram evidenciadas as pesquisas experimentais, ou apenas documentais ou mesmo as participativas, como modalidades de pesquisas para obtenção de dados (Gráfico 3). Observamos que do montante de pesquisas analisadas, 3 pesquisas utilizaram *Observações*, 3 pesquisas utilizaram *Entrevistas*, 5 pesquisas utilizaram *Questionários*, 2 pesquisas utilizaram *Survey*, 1 pesquisa utilizou *Grupo Focal* e 5 pesquisas utilizaram outros instrumentos.

Gráfico 3 - Instrumentos de coleta de dados

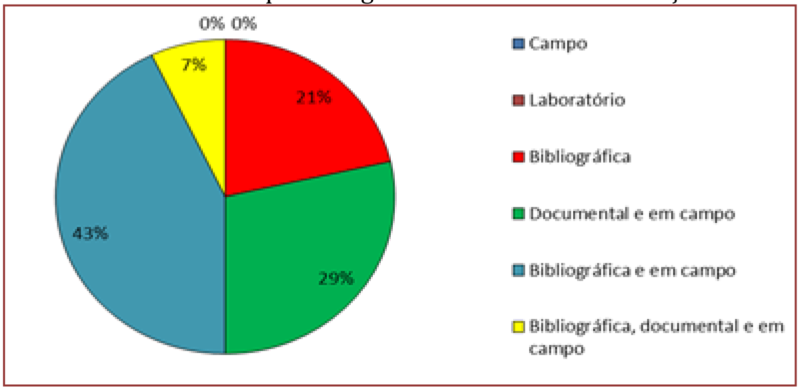


A mostra em questão evidencia que a observação, a entrevista e o questionário são os instrumentos mais utilizados nas pesquisas voltadas para a avaliação educacional, em decorrência do cenário no qual o tema é objeto de discussões e estudos – a instituição de ensino fundamental e seus atores. Cabe aqui registrar que o tema "avaliações externas" é assunto recente no âmbito dos estudos e pesquisas sobre qualidade na educação e desenvolvimento dos processos de ensino, sendo que a literatura sobre o tema ainda apresenta-se limitada.

2.4. ANÁLISE DO TIPO DE PESQUISA SEGUNDO AS FONTES DE INFORMAÇÃO

Segundo as fontes de informação (Gráfico 4), 6 pesquisas apresentam-se como bibliográficas e em campo, 4 pesquisas apresentam-se como documentais e em campo, 3 pesquisas apresentam-se como bibliográficas e 1 pesquisa apresenta-se como bibliográfica, documental e em campo.

Gráfico 4 - Pesquisas segundo as fontes de informações



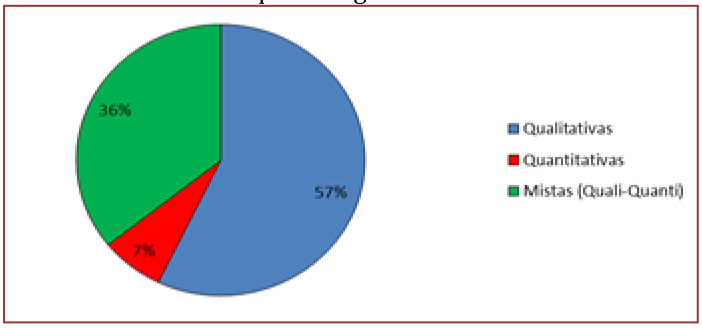
Nenhuma pesquisa se declarou como sendo apenas em campo ou em laboratório – esta segunda até mesmo por uma questão evidente à própria natureza do tema, que não se restringe à comprovação de alguma hipótese por meio de um experimento químico ou físico entre

variáveis a serem manipuladas, e seus efeitos sobre outras variáveis (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.71).

2.5. ANÁLISE DO TIPO DE PESQUISA SEGUNDO A NATUREZA DOS DADOS

Segundo a natureza dos dados, os estudos evidenciaram: 8 pesquisas qualitativas; 1 pesquisa quantitativa e 5 pesquisas mistas ("quali-quanti").

Gráfico 5 - Pesquisas segundo a natureza dos dados



A predominância de pesquisas qualitativas (conforme Gráfico 5) apresenta-se como algo pressuposto dentro do tema central desta análise, uma vez que ao tratarmos da avaliação em todos os seus níveis, temos ainda um campo vasto de informações a serem desbravadas por meio da discussão de possibilidades e alternativas que vislumbrem a melhoria dos sistemas de ensino. E essa discussão se inicia a partir das reflexões e interpretações que são realizadas pelas análises da complexidade dos fenômenos históricos, sociais e políticos, que

compõem o cenário educacional e nele se perpetuam por meio da ação pedagógica, em especial as que se voltam para a avaliação e as avaliações externas, que são o foco de toda esta atividade investigativa.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas atentam para a necessidade de ampliação da formação dos gestores e dos professores das instituições escolares em um processo contínuo e no local de trabalho, o que

pode incorrer na mudança da dinâmica de planejamento do trabalho pedagógico e na reflexão sobre as práticas escolares.

Observa-se que os estudos apontam para a necessidade de percepção da redação do currículo, a existência da supervalorização das matrizes da Prova Brasil e estreitamento curricular, o uso dos resultados das avaliações como indicadores de desempenho das escolas, com reflexos indesejáveis sobre o trabalho que os profissionais da educação realizam nestas instituições, ou ainda como metodologia que consiste no treino dos estudantes para a realização das avaliações externas.

Quanto à redação da metodologia e sua relação com os objetivos propostos, todas as produções evidenciaram adequação entre os objetivos e metodologia aplicada. Entretanto, percebe-se que a maior parte das produções realizadas não explicita nem o método de pesquisa, nem o método de análise dos dados utilizado. A abordagem metodológica deve orientar as produções e consequentemente, as análises. Uma vez que assumimos uma perspectiva teórica em nossas questões de pesquisa, os dados coletados tendem a gerar comparações e reivindicar teorias que estão implícitas à própria teoria (CRESWELL, 2007, p.215).

Mesmo sem deixar claro, grande parte dos artigos denota concepções Histórico-Dialéticas. No entanto, também não deixam claro o tipo de pesquisa segundo os objetivos e as fontes de informação.

A grande incidência de pesquisas bibliográficas e em campo demonstra a necessidade que os pesquisadores têm de entrar em contato com seus objetos e sujeitos de pesquisa em seus reais espaços de atuação, o que, a primeira vista, faz-nos pensar sobre a dialética da teoria X prática educacional. Ao realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos realizados, tem-se a dimensão, a partir das variáveis encontradas, dos resultados que temos a fim de produzir novos resultados (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.71).

Sobre os instrumentos utilizados, cabe destacar que o diário de campo é um importante recurso para os pesquisadores que efetuam suas observações em campo. É com base nos registros que deste instrumento que as investigações são realizadas e dão corpo às análises, por permitir reflexões e comentários acerca das descrições que são feitas (FIORENTINI; LORENZATO, 2006; GONSALVES, 2005). No entanto, nenhum dos artigos em análise relatou sua utilização na coleta de dados.

Há uma predominância das pesquisas qualitativas. Ainda assim, sabemos que há situações em que há variáveis que são obtidas por meios quantitativos, mas que servem para fornecer explicações de forma qualitativa ao problema pesquisado, ou seja, nem sempre um dado quantitativo significa, a rigor, comprovar hipóteses por meio de medidas estatísticas (GONSALVES, 2005). Curiosamente, nenhuma das pesquisas que aparentemente possuíam características de pesquisas mistas apresentou-se como sendo desta natureza: algumas se ativeram apenas à apresentação da pesquisa com a análise qualitativa das informações e dados coletados.

Pode-se ponderar que os autores destes estudos não se atentaram ao fato de que tanto os dados qualitativos quanto os quantitativos podem integrar-se, a fim de explicar os resultados obtidos por meio das interpretações decorrentes do próprio estudo.

Para finalizar, observou-se que apenas duas produções mencionam objetivos voltados para a Matemática ou Educação Matemática, confirmando a escassez de pesquisas voltadas para a avaliação nestas áreas do conhecimento. No entanto, acredita-se que esse estudo sobre as produções já realizadas é uma atividade válida e relevante, em especial no início de qualquer investigação acadêmica, por trazer questões importantes sobre temas diversos relacionados aos objetivos, procedimentos, fontes e natureza dos dados e o trato destes conforme a aplicação metodológica adequada. Proporciona, com isso, o aprofundamento necessário para subsidiar futuros estudos sobre o mesmo tema ou outros que a ele se afinizam.

REFERÊNCIAS

[1] Bardin, L. Análise de Conteúdo. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2010.

[2] Creswell, J. W. Projeto de pesquisa: métodos quantitativo, qualitativo e misto. 2. ed. Porto Alegre: Artmed/Bookman, 2007.

[3] Fiorentini, D.; Lorenzato, S. Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas – SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

[4] Gil, A.C. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

[5] Gonsalves, E. P. Conversas sobre iniciação à pesquisa científica. Campinas, SP: Ed. Alínea, 2005, 80p. 4ª ed.

Capítulo 9

Análise das estratégias de tratamentos e elaboração de problemas em língua materna por graduandos do curso de licenciatura plena em matemática

Mikaelle Barboza Cardoso
Marcilia Chagas Barreto
Ana Cláudia Gouveia de Sousa
Maria Auricélia Gadelha Reges

Resumo: Esta pesquisa objetivou analisar os conhecimentos de licenciandos em Matemática no que se refere aos tratamentos algébricos e a elaboração de problemas em Línguas Materna acerca da função afim e suas representações. Utilizou-se como suporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. A pesquisa foi realizada na Universidade Estadual do Ceará – UECE, *campus* Itaperi com 7 (sete) graduandos do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática. Os discentes dispuseram de até duas aulas de 50 cinquenta minutos cada para responder a um teste diagnóstico com sete questões abertas que envolviam diversas situações-problemas. Para este trabalho selecionou-se dois aspectos da teoria de Duval de forma a atender ao objetivo definido, sendo, portanto, categorias de análise de três questões do teste. Constatou-se que há uma familiaridade dos licenciandos na realização de tratamentos algébricos e/ou aritméticos, e há uma dificuldade na elaboração de situações-problema envolvendo função afim em Língua Materna, já que as elaborações se restringem a modelos reconhecidos. Nesse contexto, ressalta-se que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica emerge como importante suporte à definição didático-metodológica que pode ser incorporada às práticas de ensino não somente voltadas para a Educação Básica, mas também para os cursos de formação de professores, auxiliando, dessa forma, na compreensão do trabalho com os diversos registros de representação, ampliando e reorganizando outras formas de conceitualização no que diz respeito aos conteúdos matemáticos, em específico à função afim.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática; Função afim; Representações semióticas.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática enquanto ciência é representada por uma grande variedade de símbolos, além de preceitos definidos, como os axiomas, teoremas, corolários, entre outros. Esse conjunto de símbolos possui significações abrangentes, de natureza extrínseca e intencional. Dessa forma, a humanidade conseguiu criar uma comunicação peculiar na Matemática, com o estabelecimento de relações, conceitos e conteúdos construídos através dos esforços de inúmeros estudiosos, pesquisadores e matemáticos. Nesse sentido, a linguagem matemática, fruto de uma constituição histórica e cultural, difundiu-se universalmente modificando a forma como explicamos, conhecemos, convivemos e manejamos essa ciência.

Não obstante, diversos pesquisadores buscaram formas de compreender o papel dos símbolos no ensino e aprendizagem dessa ciência, dentre eles, destaca-se a elaboração teórica de Raymond Duval, denominada Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), que considera uma necessidade da atividade matemática recorrer aos recursos das diferentes representações semióticas. Segundo Flores (2006, p. 3) "[...] as representações no domínio da matemática são consideráveis, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação [...]".

No que se refere à classificação, de acordo com Duval (2003), existem dois tipos diferentes de registros de representações semióticas dos quais depreendem-se dois tipos de representação. As diferenciações se devem à possibilidade das transformações existentes e às diferentes operações que cada registro propicia conforme pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis na atividade matemática

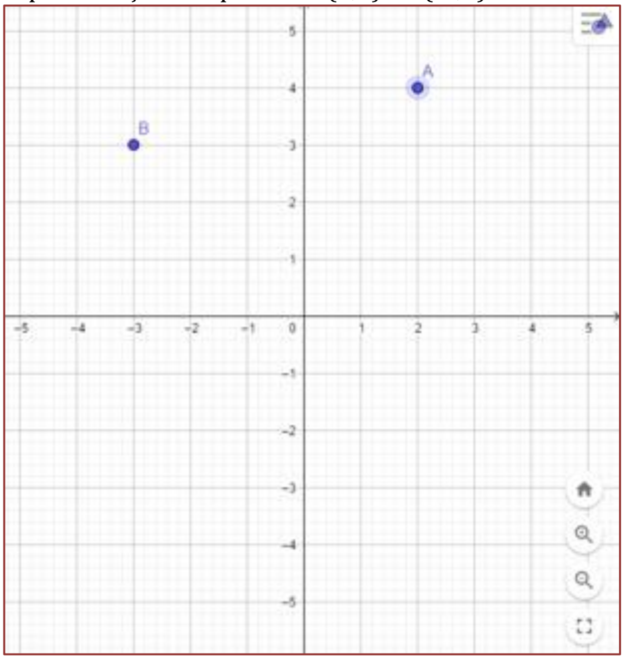
	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: ▪ Argumentação a partir de observações, de crenças...; ▪ dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1,2 ou 3). ▪ Apreensão operatória e não somente perceptiva; ▪ Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: ▪ Numéricas (binária, decimal, fracionária...), ▪ Algébricas; ▪ Simbólica (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos: ▪ Mudanças de sistemas de coordenadas; ▪ interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL, 2003, p. 14

Em suma, as representações discursivas contêm um discurso articulado, e não necessitam de apoio para a sua compreensão. Em contrapartida, as representações não discursivas necessitam de apoio de outro registro, preferencialmente o registro em Língua Materna (LM), para dar-lhe o sentido desejado (SOUSA, 2010). De acordo com Duval (2003; 2009), os registros de representação semiótica também propiciam o desenvolvimento e aquisição de atividades cognitivas específicas, tais como: a formação, o tratamento e a conversão.

A formação "[...] consiste na constituição de uma representação coerente, capaz de conter todos os elementos indispensáveis para a sua compreensão" (SOUSA, 2010, p. 58). Quando constrói-se um gráfico cartesiano, deve-se considerar os eixos coordenados (x,y); ao marcar um ponto, observa-se a relação que existe entre a ordem da abscissa e a da ordenada com os eixos cartesianos como no exemplo a seguir (Figura 1).

Figura 1 - Representação dos pontos A (2,4) e B(-3,3) no Gráfico Cartesiano.



Fonte: Elaborado no Geogebra Classic

Dessa forma, sem observar e utilizar elementos característicos e indispensáveis do registro gráfico, é impossível realizar corretamente a representação desse objeto matemático. Isso nos permite constatar que, assim como o registro gráfico, cada registro de representação possui regras de funcionamento internas ao sistema semiótico utilizado, que são denominadas regras de conformidade. Sem o conhecimento dessas regras estruturais e funcionais do registro, é impossível efetivamente formar uma representação nele.

O tratamento, além de uma função da representação semiótica, ocupa também o papel de atividade cognitiva a ser desenvolvida. Quando tomam-se as representações 9+6, 45/3, 5x3, (7/2 + 23/2), observa-se que todas representam um mesmo objeto matemático, o número 15 [*pseudo-objeto*][8]. Entretanto, para efetuar o tratamento a partir de cada uma delas, impõem-se diferentes custos cognitivos.

Vale destacar as críticas que são atribuídas à ênfase dada, nas práticas pedagógicas, às atividades de tratamento e formação (DUVAL, 2009), e numa perspectiva quase de treinamento, apenas. Para o autor, o docente tende a utilizar o registro mais facilmente vinculado ao ensino de determinado conteúdo. Passa, muitas vezes, a utilizar um único registro de representação semiótica, isto é, trabalha no *monorregistro*. Por exemplo, um professor que se utiliza apenas do registro algébrico (RA) para tratar de funções em detrimento dos demais registros – gráficos, tabelas e Língua Materna – limita as possibilidades de domínio conceitual por parte do aluno.

A última atividade cognitiva, a conversão, é uma transformação que se realiza entre diferentes registros de representação semiótica. Ela é, portanto, externa ao registro de partida, constituindo uma nova representação em outro registro, preservando, entretanto, o objeto representado no registro anterior.

Segundo Duval (2009), a conversão é menos desenvolvida em sala de aula por ser, muitas vezes, considerada de fácil acesso aos estudantes. Presume-se que ao realizar os tratamentos nos diferentes registros, os estudantes perceberão a relação existente entre eles. Entretanto, o autor adverte que as relações entre os diversos registros de representação semiótica não acontecem de forma espontânea.

Nesse sentido, os trabalhos de Duval vêm ganhando destaque desde o final dos anos de 1990 no Brasil, apontando caminhos relevantes nas pesquisas em Educação Matemática, estudos estes voltados para a importância das diferentes representações semióticas nos processos de ensino e de aprendizagem dos

[8] O termo "Pseudo-objeto" é utilizado porque passamos pela necessidade da representação para tratar do próprio objeto em si não constituindo a própria entidade.

conteúdos matemáticos da Educação Básica, bem como investigações direcionadas para a formação inicial e continuada de professores.

Neste estudo, analisa-se aspectos ligados ao conhecimento matemático presentes durante a formação inicial do professor de Matemática, já que se constitui de um período formativo importante, o qual habilita o indivíduo a ser um profissional da área do ensino da Matemática. Além disso, uma efetiva atuação docente depende, dentre outros, dos saberes específicos do conteúdo.

No que se refere a essa formação, os estudos de Andrade (2008) evidenciam o uso de elementos da TRRS de forma consciente e inconsciente por alunos do curso de Licenciatura em Matemática. A autora chama a atenção para a importância do registro Língua Materna, visto que os alunos não apresentaram bom desempenho na conversão do registro gráfico para esse registro em sua pesquisa. Isso ocorre, não só pela natureza distinta desses dois registros, mas pelo pouco trabalho realizado com a mobilização de representações nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Além disso, a interpretação das expressões algébricas também é atividade considerada difícil pelos estudantes, revelando desconhecimentos estruturais em relação ao registro algébrico. Nesse sentido, de acordo com a autora, a ausência de um trabalho didático-pedagógico mediado por representações dificulta o reconhecimento, a visualização e interpretação dos diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático.

A pesquisa de Maggio (2011, p. 9) também revelou que a "[...] a Língua Natural é empregada, primordialmente, com o papel cognitivo de comunicação das tarefas de identificação, tratamento e conversão" perdendo sua autonomia enquanto registro. Esse dado converge com as ideias da pesquisa de Andrade (2008), ao afirmar que esse registro tanto oral como escrito contém elementos que devem ser considerados no ensino dos diversos conteúdos matemáticos.

Dentre esses conteúdos, destaca-se nesta pesquisa o de funções, considerado como uma ferramenta imprescindível para o estabelecimento de relações importantes que nos são apresentadas através de diversas situações no nosso dia a dia. O conceito de função tem o papel de "[...] descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia" (BRASIL, 2000, p. 43), o que lhe confere, ainda, um caráter interdisciplinar.

Segundo Lima et al (2006), pode-se considerar uma função a partir da seguinte definição:

> Dados os conjuntos X, Y, uma função f: X→Y (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento x ∈ X um elemento y = f(x) ∈ Y. O conjunto X chama-se domínio e Y é o contradomínio da função f. Para cada x ∈ X, o elemento f(x) ∈ Y chama-se a imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto x ∈ X. Escreve-se x ↦ f(x) para indicar que f transforma (ou leva) x em f(x) (LIMA et al, 2006, p. 38, grifos no original).

Nesse particular, temos uma função afim (f: ℝ →ℝ), quando existem dois números reais **a** e **b** tal que **f(x) = ax + b**, para todo x ϵ ℝ. Essa definição também considera os casos particulares, tais como: função constante, função linear, função identidade como parte integrante da função afim. Dante (2008) apresenta algumas caraterísticas importantes sobre esta função, explicitadas a seguir:

- O número **a** chama-se *coeficiente angular* ou *inclinação da reta* em relação ao eixo horizontal x. Quanto maior o valor absoluto de **a**, mais a reta se afasta da posição horizontal;
- A ordenada do ponto onde a reta intersecta o eixo y é sempre **b**, denominado *coeficiente linear*;
- Na função afim f(x) = ax+b, o número b = f(0) chama-se *valor inicial da função f*. Por exemplo, o valor inicial da função f(x)= -2x + 3 é 3, pois f(0) = -2.0+3 = 3;
- O valor de x para o qual a função f(x) = ax+ b se anula, ou seja, para o qual f(x) = 0, denomina-se *zero da função*. Para determinar o zero de uma função afim basta resolver a equação ax+b = 0. Por exemplo, o zero da função f(x) = x+9 é -9;
- O gráfico da função afim f(x) = ax + b é uma reta não vertical, isto é, não paralela ao eixo y.

Desse modo, a função afim, através de seu conceito e propriedades, pode ser utilizada nos mais variados contextos e situações, com aplicações simples a situações cotidianas, como os cálculos para mudanças de temperaturas e a ideia de proporcionalidade expressa em P = m.g, onde o peso é diretamente proporcional à massa de um corpo (DANTE, 2008).

Assim, por todas essas características simbólicas e de transformações representacionais, envolvendo linguagem algébrica, gráfica, tabular, além da língua natural ou materna, as categorias propostas pela TRRS, aqui mais especificamente tratamento e formação, serão fundamentais para analisar a compreensão do conceito de função afim por parte dos graduandos investigados.

A seguir, na situação-problema do Quadro 2, é possível analisar o desenvolvimento de duas atividades cognitivas, a saber: o tratamento e a conversão.

Quadro 2 -Situação-problema envolvendo tratamento e conversão.

Um motorista de táxi cobra R$ 5,50 de bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 15 quilômetros.	
Conversão do registro Língua Materna (enunciado) para registro algébrico	Tratamento no registro algébrico
f(x) = 2,50x + 5,50	f(x) = 2,50x + 5,50 f(15) = 2,50.15 + 5,50 f(15) = 37,5 + 5,50 f(15) = 43,00
Conclusão: O preço a ser pago por uma corrida com percurso igual a 15 quilômetros será de R$ 43,00.	

Fonte: Elaboração própria.

Dessa forma, este trabalho pretende analisar os conhecimentos de licenciandos em Matemática no que se refere aos aspectos conceituais ligados a este referido conteúdo, para tanto investigaremos os tratamentos algébricos e a elaboração de problemas em Língua Materna, pelos sujeitos investigados, na perspectiva teórica de Duval. A seguir, será apresentado o percurso metodológico adotado como forma de alcançar o objetivo definido.

2.METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada na Universidade Estadual do Ceará – UECE, *campus* Itaperi com 7 (sete) graduandos do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática que estavam cursando entre o 6º e o 7º semestre, denominados de Sujeitos A, B, C, D, E, F e G, sem distinção por gênero. Os discentes dispuseram de até duas aulas de 50 (cinquenta) minutos cada para responder a um teste diagnóstico com sete questões abertas que envolviam situações-problemas diversas. Selecionou-se apenas três questões com os seguintes itens, 5B, 6B e 7, para análise como forma de atender ao objetivo definido, conforme é possível observar no Quadro 3.

As duas primeiras questões propostas tomaram como base o livro “Matemática: contexto & aplicações” (DANTE, 2008), a última é de autoria própria das pesquisadoras. As categorias centrais de análise que concerne aspectos teóricos de Duval foram: tratamentos algébricos e aritméticos e formação, pela elaboração de problemas em Língua Materna.

No que diz respeito aos tratamentos algébricos, selecionamos as situações 5B e 6B. Nesses dois casos específicos, considera-se uma mobilização interna ao registro algébrico, isto porque, em ambas as questões, os graduandos já deveriam estar de posse das respostas do item A, no qual deveriam estabelecer a lei da função pela realização de uma conversão. Ao tomar esse caminho, no item B, fariam apenas a substituição de valores na função já convertida para sua representação algébrica.

Já na questão 7, que se refere à elaboração de situações-problemas em Língua Materna, foi solicitada a elaboração de duas situações que envolvessem o conteúdo de função afim. Para esta resolução, não houve uma limitação na utilização de outros registros de representação semiótica como apoio.

Quadro 3 – Questões selecionadas do Teste Diagnóstico (5B, 6B e 7)

TESTE DIAGNÓSTICO

5. Na produção de camisas, uma indústria tem um custo fixo de R$10,00 mais um custo variável de R$2,50 por camisa produzida. Sendo x o número de unidades produzidas:
a) Escreva a lei da função que fornece o custo total de x peças;
b)Qual o custo dessa indústria se ao final do mês produzir 10.000,00 peças?
c) Qual o gráfico dessa função?

6. O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela abaixo:

Opção 1	150 km	Taxa fixa de R$ 50,00
Opção 2	300 km	Taxa fixa de R$ 63,00
Opção 3	450 km	Taxa fixa de R$ 75,00

Em todos os casos, paga-se R$ 0,40 por quilômetro excedente rodado.

a) Escreva a lei da função para cada caso, chamamos de x o número de quilômetros excedentes rodados.
b) Suponha que um cliente fecha o contrato para o aluguel do carro optando pela segunda opção. Quanto ele deverá pagar se exceder 30 quilômetros?

7. Elabore duas situações problemas sobre o conteúdo de função afim.

Fonte: Dados da Pesquisa

No próximo tópico, serão apresentadas as análises dos dados empíricos coletados junto aos graduandos, quando da aplicação do referido teste diagnóstico sobre função afim.

3. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

3.1 OS TRATAMENTOS

Nesta seção foi analisado, quantitativamente, o êxito e as falhas dos graduandos em sua atividade cognitiva de tratamento, além da análise qualitativa das resoluções, exemplificadas com imagens das representações dos licenciandos. O teste diagnóstico realizado contemplou o tratamento no registro algébrico, requisitando ainda tratamentos aritméticos, que envolveram as questões 5B e 6B.

Duval (2003; 2009) considera que o tratamento é a atividade cognitiva mais usada nas atividades de ensino. Dessa forma, é previsível que os graduandos apresentassem maior êxito. Os dados revelaram mais facilidades dos graduandos com os tratamentos, embora tenham sido percebidas falhas, conforme pode ser visto na tabela abaixo:

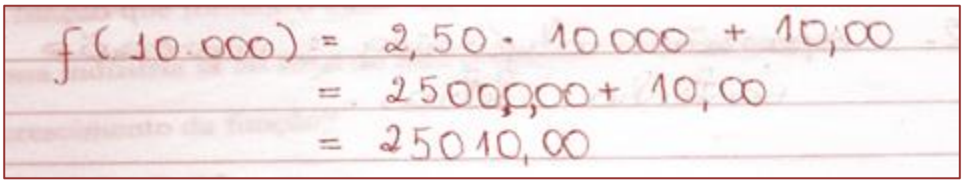
Tabela 1 - Resultado quantitativo relativo ao tratamento algébrico

QUESTÕES RELATIVAS AO TRATAMENTO ALGÉBRICO	QUANTIDADE DE RESPOSTAS EXITOSAS	QUANTIDADE DE RESPOSTAS COM FALHA
5B	4	3
6B	6	1

Fonte: Elaborado pelas autoras

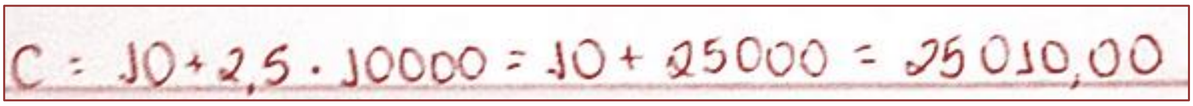
No primeiro tratamento realizado (Questão 5B), os graduandos deveriam atribuir 10.000,00 ao valor de x, na lei de formação da função f(x) = 2,50x+10. A seguir, é possível observar dois exemplos de tratamentos exitosos.

Figura 2 - Tratamento Algébrico Exitoso 5B (Sujeito A)



Fonte: Acervo pessoal

Figura 3 - Tratamento Algébrico Exitoso 5B (Sujeito B)

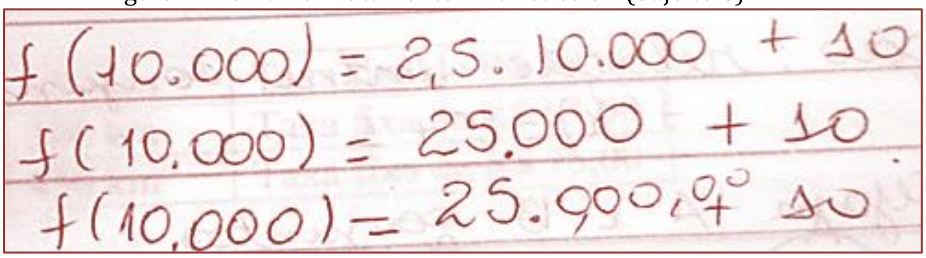


Fonte: Acervo pessoal

Nesse sentido, de acordo com as figuras 2 e 3, os graduandos demonstraram habilidade na resolução realizada pela familiaridade com o tratamento como atividade cognitiva, o que transparece na representação, tanto na substituição correta do valor de x (10.000) na função, quanto no desenvolvimento interno deste registro. Também é possível perceber competência na realização das operações fundamentais básicas, revelando esperado conhecimento acerca da multiplicação e adição, o que é necessário para a resolução do problema.

Embora de solução elementar para essa fase de formação, 3 sujeitos erraram ao realizar o tratamento do item 5B. Para essas falhas, algumas interpretações puderam ser registradas. Em primeiro lugar, pode-se verificar a falha na realização da adição entre números que expressam dimensões variadas, revelando indícios de lacunas conceituais quanto ao funcionamento do sistema de numeração decimal.

Figura 4 - Falha no Tratamento Aritmético 5B (Sujeito C)

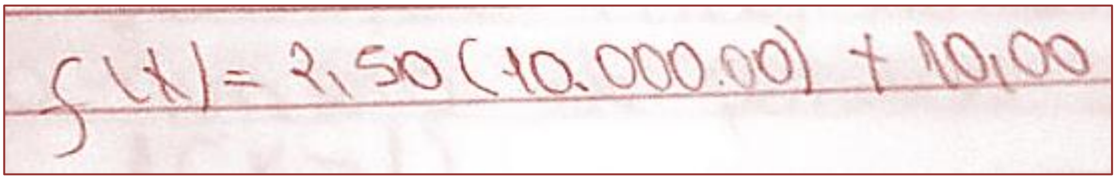


Fonte: Acervo pessoal

O Sujeito C faz as substituições do valor de x corretamente, mas no momento de realizar o tratamento aritmético evidencia não ser capaz de adicionar o primeiro valor (25.000,00) que está acompanhado da vírgula que delimita décimos e centésimos com o segundo valor (10) que não vem acompanhado de vírgula, embora ambos se refiram a valores inteiros, mas numa representação utilizada para referir-se a valores monetários. O graduando suspende a resolução do problema, deixando o tratamento inacabado, não obtendo, portanto, a resposta desejada.

Encontrou-se também falha ao tratar uma expressão aritmética, no qual se necessita multiplicar um número racional por um número inteiro, além de adicionar o produto a outro número inteiro em representação monetária. O Sujeito F também suspende o tratamento, deixando a questão sem resposta.

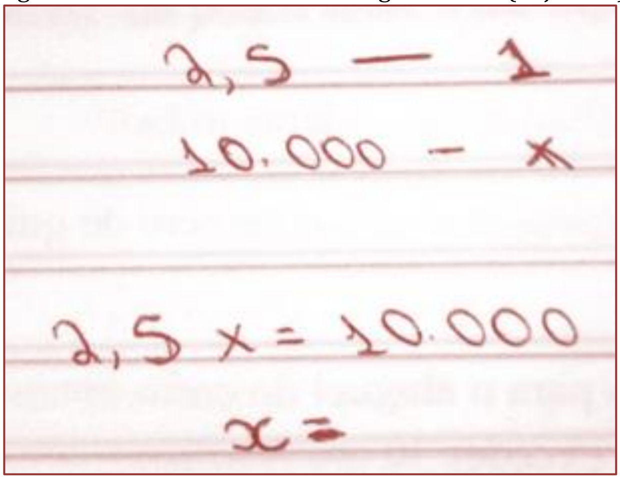
Figura 5 - Falha no Tratamento Algébrico 5B (Sujeito F)



Fonte: Acervo pessoal

O último caso de falha no tratamento desta questão é realizado pelo Sujeito G, na tentativa de estabelecer a relação equivocada com o conteúdo de proporção, conforme figura abaixo:

Figura 6 - Falha no Tratamento Algébrico 5B (Sujeito G)



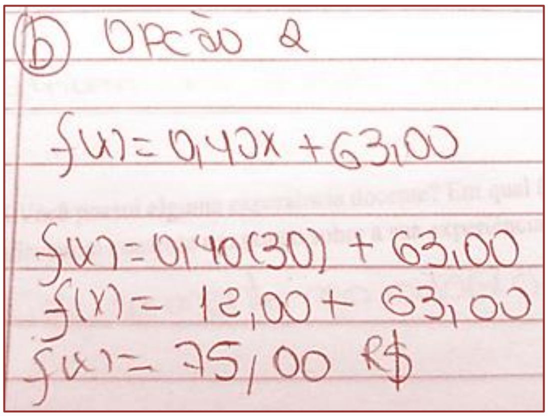
Fonte: Acervo pessoal

O Sujeito G, por não ter conseguido, no item anterior, realizar a conversão que o levaria à lei de formação f(x) = 2,5x+10, abandona a solução do problema como uma função e tenta resolvê-lo utilizando seus conhecimentos acerca de proporção. Assim, ele retorna ao registro de partida em Língua Materna, no qual se afirma que o custo variável de 1 camisa é igual a R$2,50 e busca descobrir o valor de produção das 10.000 camisas, desconhecendo que havia um custo fixo, portanto não proporcional, para essa produção, que toma o papel de unidade significante nesse item para a compreensão da estrutura da função. De todo modo, a solução é suspensa diante da necessidade de obter o valor de x dividindo-se 10.000 por 2,5, levando a inferir que a sua dificuldade reside também nessa divisão. Percebemos, portanto, que a atividade de tratamento não se consolida cognitivamente por esse sujeito, falha ligada à atividade de conversão anterior e a lacunas conceituais relativas à função.

É importante destacar que esses sujeitos já cursaram disciplinas específicas de nível avançado como Cálculo Diferencial e Integral I e II, por exemplo, que, inclusive, necessitam de conhecimentos básicos sobre função, e mesmo assim lacunas conceituais relativas aos conteúdos da Educação Básica persistem, marca preocupante da formação vinculada aos conhecimentos matemáticos de licenciandos.

Os conhecimentos desses graduandos, expressos em tratamentos algébricos, também podem ser observados na questão 6B (Quadro 3), já que 6 graduandos obtiveram sucesso na realização dessa atividade. Nesse sentido, os graduandos deveriam escolher a segunda opção disponível de aluguel de carro, em seguida, substituir o valor do x = 30 km na função obtida na questão 6A [f(x) = 0,40x +63,00]. A seguir, é possível observar um exemplo de tratamento exitoso.

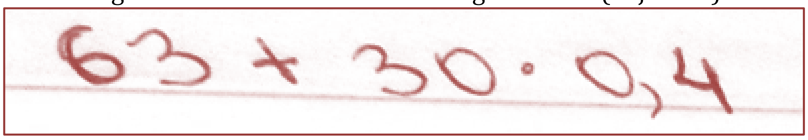
Figura 7 - Tratamento Exitoso 6B (Sujeito F)



Fonte: Acervo pessoal

Apesar do êxito de F, a representação final do valor monetário está invertida quanto à posição do símbolo R$. Os dados revelam, portanto, no que se refere à transformação interna do registro algébrico, familiaridade dos sujeitos com essa atividade cognitiva e com as regras de funcionamento deste registro de representação. Entretanto, vale destacar, que as situações-problema propostas foram retiradas de livros do Ensino Médio e que, apesar do número de sucessos, ainda foi possível observar 1 graduando com falha no tratamento no item 6B.

Figura 8 - Falha no Tratamento Algébrico 6B (Sujeito G)



Fonte: Acervo pessoal

A lei de formação necessária para a solução dessa questão é $f(x) = 63{,}00+0{,}40x$ [$f(x) = 0{,}40x + 63{,}00$] . Esse era o problema a ser solucionado no item anterior a este tratamento, no qual G não logrou êxito. Entretanto, ele conseguiu fazer a substituição correta do valor de x, necessário à realização do tratamento. Após essa substituição, o sujeito não conseguiu fazer os tratamentos aritméticos correspondentes, deixando o problema sem solução. No caso desse graduando, lacunas conceituais quanto à estrutura da forma algébrica vem sendo percebida ao longo do teste diagnóstico. Não somente tratamentos e conversões, ele não domina as propriedades da função de maneira geral e demonstra lacunas conceituais quanto à forma e o conteúdo de função afim.

3.3 ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS EM LÍNGUA MATERNA

Nessa categoria, 3 graduandos deixaram a questão em branco, 3 conseguiram propor apenas uma situação e 1 graduando propôs as duas situações, conforme o solicitado na questão 7, totalizando, portanto, 5 problemas. Dentre as situações-problema apresentadas, constata-se que três estavam relacionados a função afim e em duas os dados eram insuficientes para a resolução das mesmas, ou seja, estavam incompletas.

De acordo com os dados, é possível perceber que essa temática [elaboração de problemas] pode estar sendo desconsiderada na formação desses futuros professores de Matemática. Essa preocupação também pode ser vista nas pesquisas de Maggio (2011) e Andrade (2008) que ressaltam ser imprescindível lançar um olhar para o registro Língua Materna nos cursos de Licenciatura em Matemática, tendo em vista que o seu papel, por muitas vezes, passa a ser secundarizado em relação aos demais registros de representação: algébrico, gráfico, diagramas.

No que se refere aos problemas exitosos elaborados pelos graduandos, pode-se perceber que todos tratavam de conversões da Língua Materna para o registro algébrico. A pouca diversificação de registros pode revelar que a formação dos licenciandos está privilegiando esse tipo de conversão, deixando de lado o uso de outros registros. Tal prática é caracterizada por Duval (2003, 2009) como enclausuramento no monorregistro, o que dificulta a elaboração conceitual, visto que esta depende da mobilização de pelo menos dois registros de representação semiótica. Dois problemas envolviam esse tipo de conversão, exigindo ainda o tratamento no registro algébrico, conforme pode ser visto no problema 1 a seguir.

> Problema 1: Conversão da LM→RA + Tratamentos no RA
>
> Um banco cobra uma taxa fixa de R$ 4,00 para 12 saques anuais e uma taxa de R$ 0,25 para quem excede o número de saques. Sendo x o número de saques, quanto uma pessoa pagará se fizer 15 saques no ano? (Sujeito B)

Este problema necessita da conversão do registro LM para o registro algébrico $f(x) = 0{,}25x + 4{,}00$, sendo x o número de saques excedidos. Além disso, faz-se necessária a realização de tratamentos para encontrar a resposta solicitada, ou seja, $f(15\text{-}12) = 0{,}25\ (15\text{-}12) + 4{,}00 = 0{,}25.\ 3 + 4{,}00 = 4{,}75$.

Houve ainda o caso de um problema que exigia apenas a realização da conversão. Ver problema 2 abaixo:

> Problema 2: Conversão da LM→RA
>
> A conta de energia a ser paga depende diretamente da quantidade de energia gasta, além de um valor fixo de manutenção. Sabendo que cada hora gasta custa 0,80 e o valor fixo de manutenção vale 15,00, escreva a lei de formação que relaciona o custo pago e a hora. (Sujeito A)

Por tratar-se apenas de uma conversão, bastava relacionar corretamente o valor fixo com o valor variável da função para chegar à função $g(x) = 0{,}80x + 15{,}00$. A conversão consiste exatamente na passagem de um registro ao outro, sem requerer uma solução numérica do problema.

Diante desses problemas elaborados, é possível observar a demanda, em suas estruturas, por conversões, tratamentos e pela própria formação das representações, tendo em vista esses elementos se apresentarem nas situações-problema propostas.

Os problemas 3 e 4, a seguir, evidenciam a ausência de elementos significativos na representação do problema no registro de partida escolhido – a Língua Materna.

> Problema 3
>
> Um aluguel de um apartamento é de R$ 200,00 fixo, aumenta R$ 25,00 se o número de pessoas for maior que 1 ($x > 1$) (Sujeito F).

No problema 3, há apenas uma informação acerca do valor do aluguel e uma tentativa em estabelecer uma relação entre o que poderia vir a ser a variável dependente [valor do aluguel] e a independente [números de pessoas]. Não se coloca o comando que o transformaria efetivamente em uma situação problema, o que denota lacuna conceitual relativa à estrutura de um problema envolvendo função afim, revelada pela necessidade de formar uma representação em Língua Materna.

> Problema 4
>
> Com o racionamento de água a prefeitura decidiu pôr um limite de 1.500l por casa. Quem passar dessa quantidade de litros deverá pagar R$ 3,50 a mais. Considerando x a quantidade de litros, se uma pessoa passar 250l do estimado quanto pagará no final do mês? (Sujeito B).

No problema 4, percebe-se também a falta de elementos na formação da representação na Língua Materna, pois para atender ao comando proposto, seria necessária informação do valor a ser pago pelo limite dos “1500l”. Além disto, como não existe o estabelecimento da variável independente, o valor a ser pago a mais não varia, conforme a quantidade de litros excedidos, o problema passa a propor a elaboração da função constante $f(x) = 3{,}50$. Com essa limitação na atividade de formação, a representação também não cumpre a função de comunicação, pois não permite ao leitor a compreensão efetiva do problema em questão.

De acordo com Duval (2011), um dos desafios ao lidar com o registro em Língua Materna está no fato de não se tratar de um registro puramente matemático. Para o autor, esse registro apresenta um distanciamento cognitivo em relação aos demais registros de representação. Em suas palavras, “[...] a língua natural é um dos registros utilizados em matemática, para justificar soluções. E, no ensino da matemática, a língua natural intervém em todos os enunciados de problemas dados aos alunos, não somente para os problemas de aplicação de conhecimento” (DUVAL, 2011, p. 125).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, constatou-se que alguns graduandos demonstraram competência na atividade cognitiva de tratamento, mais especificamente nas expansões internas ao registro algébrico. Isso reforça as afirmações de Duval, segundo o qual essa é a atividade mais requerida dos alunos nos processos de ensino e aprendizagem. Apesar disso, ainda foi possível observar falhas em tratamentos elementares como a adição de números; a multiplicação de um número racional por um número inteiro e a correlação equivocada do tratamento algébrico com o conteúdo de proporção.

Além disso, o trabalho com o registro em Língua Materna não se apresentou como uma tarefa fácil para os graduandos tendo em vista que dos cinco problemas apresentados apenas três atingiram o objetivo. Não obstante os problemas elaborados apresentaram ausência de diversificação de registros de representações semiótica, tendo sido trabalhos apenas os registros em Língua Materna e o registro algébrico, e sua estrutura basicamente seguiu a das situações presentes nos itens 5 e 6.

Vale destacar que a importância da elaboração de problemas perpassa pelo domínio de conhecimentos didático e metodológico pelos futuros professores de Matemática, sendo relevante elaborar situações que estimulem o pensar do aluno em detrimento dos mecanismos lineares e superficiais de resolução. Não obstante, ressalta-se a relevância de se trabalhar efetivamente a Língua Materna como registro de representação nos cursos de Licenciatura em Matemática, não somente pela sua importância em todas as áreas do conhecimento, mas também para transformar a concepção de que esse curso esteja prioritariamente voltado para a linguagem simbólica matemática.

Por fim, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica emerge como uma importante ferramenta didático-metodológica que pode ser incorporada às práticas de ensino não somente voltadas para a Educação Básica, mas também para os cursos de formação de professores auxiliando, dessa forma, na compreensão do trabalho com os diversos registros de representação, ampliando e reorganizando a conceitualização no que diz respeito aos conteúdos matemáticos, em específico da função afim.

REFERÊNCIAS

[1] Andrade, Luísa Silva. Registros de representação semiótica e a formação de professores em Matemática. 2008. 135 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2008.

[2] Brasil. Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação.

[3] Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio: Matemática. Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2014.

[4] Dante, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. 4. ed. São Paulo: Ática, 2008.

[5] Duval, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: Machado, Sílvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em matemática – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

[6] ______. Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fascículo I)/Raymond Duval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

[7] ________, Raymond. Ver e ensinar matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

[8] Flores, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em Matemática: história, epistemologia, aprendizagem. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, p.77 a 102.

[9] Lima, Elon Lages et al. A Matemática do Ensino Médio. 9. ed. Rio de Janeiro: SMB, 2006. v. 1.

[10] Maggio, Deise Pedroso. Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica. 2011. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) - Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, Unijuí, Ijuí (RS), 2011.

[11] Sousa, Ana Claudia Gouveia de. Representação semiótica e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2010. Dissertação Curso de Mestrado acadêmico em Educação - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2010.

Capítulo 10

A história da matemática como recurso pedagógico: Resultados de um projeto de ensino

Graciana Ferreira Dias
Natália Santiago Cavalcante
Joselandia de Jesus Silva
Francisco Guimarães de Assis

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo apresentar e discutir os resultados das ações realizadas em um projeto de ensino cujo objetivo era utilizar a História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, através da execução de oficinas pedagógicas nas escolas da rede pública de ensino do Litoral Norte. O projeto visou contribuir com a formação do licenciando, proporcionando um novo olhar sobre a História da Matemática, a partir do seu estudo e da produção de materiais didáticos, para o ensino de conceitos matemáticos, bem como, contribuir com a formação dos alunos do Ensino Médio das escolas parceiras. Como resultados do projeto ressaltamos a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio, com relação à História da Matemática. Quanto aos bolsistas, com a sucessão das atividades e materiais elaborados adquiriram experiência e aprenderam a superar algumas limitações no campo da Matemática e do ensino da Matemática

Palavras chave: História da Matemática – Oficinas pedagógicas – Ensino-aprendizagem

1.INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) destacam que a História da Matemática não deve ser vista como separada do ensino da Matemática, mas como uma fonte de compreensão de conceitos, e isso pode ser possibilitado pela conexão com a resolução de problemas e com outras metodologias de ensino. Ao final do trecho sobre o papel da História da Matemática no currículo brasileiro, Fauvel e Maanem (2002) revelam um problema que deve inquietar os pesquisadores dessa área: muitos professores dizem *porque* será benéfico usar a história no ensino da Matemática, mas recebem pouca orientação sobre *como* fazê-lo.

Mendes (2001a) concorda com o fato de que faltam orientações para o professor em termos informativos, ou seja, materiais que versem sobre o desenvolvimento da Matemática e, decorrente disso, propostas metodológicas de utilização das mesmas no ensino da Matemática escolar. Isso, a nosso ver, pode ser um dos fatores que contribuem para a pouca utilização da História da Matemática na sala de aula. Segundo o autor, isso acontece porque dificilmente se encontra uma História da Matemática centrada prioritariamente no aspecto escolar, mas encontra-se nos materiais uma História da Matemática feita por pesquisadores e historiadores da Matemática, preocupados com o contexto científico do conhecimento matemático (MENDES, 2001a).

Observamos também em nossa prática que a ideia que ainda permeia as salas de aula é de que a Matemática é uma ciência pronta e a História da Matemática será estudada com o intuito dos alunos compreenderem como os conhecimentos matemáticos se solidificaram. Dessa forma, a História da Matemática quando utilizada se torna somente um item a mais na sala de aula, se detendo à apresentação de fatos marcantes ou a biografias de matemáticos famosos (BRASIL, 1998). A maioria dos professores desconhece como a História da Matemática pode ser fonte de conhecimento matemático.

Essa problemática provocou uma inquietação no sentido de elaborar propostas que façam com que os futuros professores tenham contato com a História da Matemática como uma metodologia de ensino. Pensamos ainda que esta proposta baseada na História Matemática pode auxiliar também na compreensão dos conceitos matemáticos dos alunos da Educação Básica. Fazendo um caminho em que a História da Matemática seja primeiramente uma forma de aprender matemática para os alunos do curso de Licenciatura, em seguida uma forma de planejar e executar aulas com atividades e outros materiais didáticos por estes licenciandos, chegando ao ensino de conceitos matemáticos aos alunos da Educação Básica.

Nesse sentido elaboramos um projeto de ensino no programa das Licenciaturas da UFPB (PROLICEN/UFPB), que teve como intuito utilizar a História da Matemática como recurso pedagógico para o ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos, através da execução de oficinas pedagógicas nas escolas da rede pública de ensino do Litoral Norte (Paraíba). No presente trabalho discutiremos os resultados do referido projeto, contemplando todas as fases de sua execução: a avaliação diagnóstica inicial, as atividades históricas e a avaliação diagnóstica de saída.

2. METODOLOGIA

Para alcançarmos o objetivo proposto em nosso projeto, escolhemos uma abordagem qualitativa, visto que o que nos interessa são os dados descritivos. Segundo Bogdan e Bliken (1994), nesse tipo de pesquisa os dados recolhidos são imagens, palavras, impressões e não números. Segundo os autores, os investigadores qualitativos não reduzem suas narrativas a símbolos numéricos, "tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registados ou transcritos". (BOGDAN; BLIKEN, 1994, p. 48).

Para alcançar os objetivos do projeto, contamos com as fases seguintes:

- Estudo inicial da História da Matemática como recurso pedagógico, por parte dos licenciandos, bolsista e voluntário do projeto.

- Procura e fortalecimento de parcerias com as escolas da Rede Pública do Litoral Norte. Tivemos como escola parceira uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, situada no município de Mamanguape-PB.

- Escolha da obra e dos temas matemáticos que foram trabalhados nas oficinas. Trabalhamos com a obra de Pascal (2013) o Tratado sobre o Triângulo Aritmético, por se tratar de uma fonte original traduzida para o português.

- Elaboração de materiais e execução das oficinas com os alunos do Ensino Médio da escola parceira;

3. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DE ATIVIDADES

Ao discorrer sobre a utilização da história da Matemática, Fossa (2001) nos propõe um viés a ser utilizado com os textos históricos, tomando-os como base para a construção do conteúdo a ser trabalhado em sala de aula. A História da Matemática poderia ser usada como uma fonte de produção de atividades, sendo essa uma das maneiras mais eficazes de ensinar Matemática.

> [...] adotando essa nova concepção sobre o uso da história da Matemática, o professor poderá usá-la como fonte de enriquecimento pedagógico e conduzir suas atividades num caminhar crescente, em que o aluno investigue, discuta, sintetize e reconstrua as noções Matemáticas anteriormente vistas como definitivas sem que o aspecto histórico tivesse sido usado para despertar o interesse de quem as aprende [...] (MENDES, 2001b, p. 32).

Essa alternativa sugerida por Fossa (1995) é a utilização de atividades históricas para o ensino de Matemática. As atividades construídas a partir do material histórico podem conduzir o aluno em um caminhar crescente de compreensão dos conceitos matemáticos revelados no material, além de trazer uma dinâmica mais proveitosa para a sala de aula. Nessas atividades, os alunos (futuros professores) têm a oportunidade de compreender de que forma os matemáticos se relacionaram com os conteúdos e de perceber que a cada época essa relação muda, mudando, assim, a forma de ensiná-los.

Nessa mesma linha de pensamento, podemos citar os trabalhos de Mendes (2001a; 2009) e Miguel *et al*. (2009), em que enfatizam que a investigação histórica pode contribuir para promover uma aprendizagem reflexiva e com significado, pois a concepção de atividades históricas subjacentes às atividades propostas por esses autores parte do princípio de que experiências manipulativas e visuais do aluno contribuem para que o conhecimento se manifeste a partir da interação sujeito-objeto do conhecimento. Segundo Mendes (2009), essas atividades propiciam a expressão oral do aluno, pelas discussões com os colegas de sala, levando a um movimento de ação-reflexão e posterior simbolização dos objetos matemáticos.

De acordo com Mendes (2009), essas atividades, em sua maioria, são geralmente desenvolvidas na educação básica. Porém, a possibilidade da utilização de atividades históricas é aberta também a outros níveis de ensino, desde que o nível de complexidade dos conteúdos abordados nas atividades se adéquem ao nível cognitivo dos estudantes aos quais as mesmas se destinam.

Esses argumentos justificam a importância da utilização da História da Matemática em um contexto de formação de professores a partir de atividades históricas, levando-os a compreender a construção dessas atividades e à reflexão dos conteúdos e problemas presentes nas mesmas. Essas atividades podem ser utilizadas, ainda, no ensino de conceitos matemáticos aos alunos do Ensino Médio através de oficinas pedagógicas.

Assim, trabalhar através de oficinas pedagógicas é uma oportunidade para que os professores e alunos interajam com o conhecimento matemático de um modo criativo e ativo por meio da manipulação do material concreto, pois se acredita que este conhecimento passará a se tornar produtivo e significativo aos indivíduos que o busca. E com isto, convence-nos a concordar com a colocação de Paviani e Fontana (2009) quando afirmam que:

> Uma oficina é, pois, uma oportunidade de vivenciar situações concretas e significativas, baseada no tripé: sentir-pensar-agir, com objetivos pedagógicos. Nesse sentido, a metodologia da oficina muda o foco tradicional de aprendizagem (cognição), passando a incorporar a ação e a reflexão. Em outras palavras, numa oficina ocorrem apropriação, construção e produção de conhecimentos teóricos e práticos, de forma ativa e reflexiva (p. 02).

4. O PROJETO DE ENSINO

Nosso projeto, em formas de oficinas, foi realizado em duas turmas de 2º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual, situada no município de Mamanguape-PB. Iniciamos o trabalho aplicando algumas questões iniciais sobre a vida escolar dos alunos, bem como uma sondagem para saber os conhecimentos prévios dos alunos acerca da nossa temática.

Planejamos três atividades para as oficinas, baseadas no trabalho de Dias (2014). Na primeira atividade abordamos a lei de formação do Triângulo Aritmético para que conhecessem o Triângulo e aprendessem a construí-lo, na segunda atividade foram apresentadas as cinco primeiras consequências de Pascal que foram escritas a partir da lei de formação do Triângulo aritmético.

A terceira atividade teve como conteúdo as combinações que podem ser estudadas com o Triângulo Aritmético e é também conteúdo de Análise Combinatória vista no 2º ano do Ensino Médio. Essas atividades foram realizadas pelos alunos em duplas, a partir de uma dinâmica investigativa. Por fim, pedimos para que os alunos das duas turmas respondessem uma avaliação final, individualmente, para observarmos o nível de compreensão que adquiriram a partir do conteúdo abordado e das atividades.

Faremos, a partir de agora, uma discussão sobre o questionário diagnóstico inicial, as atividades históricas e a avaliação diagnóstica de saída, de cada uma das turmas trabalhadas.

Iniciamos a primeira oficina na turma do 2º ano do ensino médio da Tarde (que chamaremos Turma 1) no dia 14 de setembro de 2015. Entregamos aos alunos uma atividade inicial para diagnosticar o que eles sabiam sobre o tema abordado, logo eles responderam, e por volta de 10 minutos, fizemos o recolhimento do diagnóstico. Neste dia estavam presentes vinte e seis alunos (26) que responderam o questionário diagnóstico. Os resultados desta avaliação se encontram no quadro 1.

Quadro 1: Dados diagnóstico inicial – Turma 1

	Você já estudou algum tema da História da Matemática em sala de aula? Se sim, consegue lembrar algum tema?	Você já teve curiosidade de pesquisar sobre a História da Matemática em livros, revistas ou sites da internet? Se sim, sobre o que você pesquisou?	Você gostaria de aprender matemática através da História da Matemática? Porquê?	Você lembra de ter visto algo sobre combinações? Sabe o que é uma combinação?
SIM	2	2	24	3
NÃO	24	24	2	23
TALVEZ				

Fonte: Arquivo do Projeto

Pudemos observar na primeira questão que apenas dois alunos já haviam estudado algo sobre a História da Matemática, porém, eles não lembram o tema que estudaram. Na segunda pergunta um dos alunos respondeu da seguinte forma: "*Não. Nem sabia que isso existia*. Uma aluna que 'sim' respondeu *"Sim, como começou a matemática".*

Com relação à terceira questão, que pergunta se os alunos gostariam de aprender através da História da Matemática, obtivemos as seguintes respostas:

"Sim, se for melhor que a matemática comum".

"Sim, porque eu nunca procurei saber".

"Sim. Porque vai ser uma descoberta e vai ser interessante".

"Sim, porque é um meio de saber como era a matemática anteriormente e é bastante interessante".

"Sim, porque não entendo quase nada".

"Não, mas pretendo porque sei que vai ajudar e muito."

Observamos por essas respostas que a maioria dos alunos pareciam curiosos em aprender mais sobre a História da Matemática. Porém, observamos também uma certa apreensão de que seja diferente do "pensamento árido" da Matemática.

Na quarta questão, dentre os alunos que disseram que já tinham visto Combinações, apenas uma disse que sabia o que era e colocou como resposta *"É alguma coisa que se encaixa na outra".*

Também ministramos essa oficina para a turma do 2º ano médio da Manhã que chamaremos Turma 2) da mesma escola. Iniciamos nessa turma no dia 08 de novembro de 2015, realizamos o mesmo processo de apresentação e entrega dos questionários. Nesta turma haviam dezenove (19) alunos presentes, as respostas dessa turma podem ser observadas no quadro 2.

Quadro 2: Dados diagnóstico inicial – Turma 2

	Você estudou algum tema da História da Matemática na sala de aula? Se sim, consegue lembrar algum tema?	Você já teve a curiosidade de pesquisar sobre a História da Matemática em livros, revistas ou sites da internet? Se sim, sobre o que pesquisou?	Você gostaria de aprender Matemática através da História da Matemática? Porquê?	Você lembra de ter visto algo sobre Combinações? Sabe o que é uma combinação?
SIM	4	2	3	2
NÃO	15	17	15	17
TALVEZ			1	

Fonte: Arquivo do Projeto

Teceremos algumas observações sobre o questionário acima. Na primeira pergunta, quatro alunos responderam sim, porém eles não lembram do tema estudado em que foi utilizada a História da Matemática. Na segunda questão dois alunos afirmaram que já haviam pesquisado sobre a História da Matemática, um deles afirmou ter pesquisado sobre alguns matemáticos e a outra aluna pesquisou o porquê que a matemática existe. Um dos alunos, que não havia pesquisado, acrescentou sua fala dizendo que já teve curiosidade, mas nunca parou para pesquisar.

Na terceira questão apenas dois alunos afirmaram querer estudar Matemática a partir da História. Um deles respondeu da seguinte forma "*Sim, porque descobriria qual foi a necessidade que os matemáticos tiveram para formarem tantas fórmulas.* Outro aluno respondeu: *"Talvez, se for mais simples aprender".*

Na quarta questão uma aluna que respondeu sim disse a seguinte frase: *"Acho que combinação é quando comparamos uma coisa com a outra*". E a outra aluna afirmou não lembrar o que é uma combinação. De acordo com o questionário a maioria dos alunos nunca estudou Matemática a partir de sua História e também apresentou pouca curiosidade sobre a História da Matemática.

Após a aplicação do questionário diagnóstico a professora coordenadora do projeto fez uma explanação sobre a importância de utilizar a História da Matemática em sala de aula como recurso didático e falou de Blaise Pascal e de suas descobertas sobre as aplicações no Triângulo Aritmético dando ênfase às combinações. Pudemos perceber que, além da boa receptividade, eles estavam visivelmente curiosos sobre o conteúdo que seria apresentado.

Dando continuidade, pedimos que formassem duplas e em seguida entregamos miniaturas do Triângulo Aritmético já preenchidos, para que eles pudessem acompanhar a nossa explicação sobre como era feito o preenchimento do Triângulo. De forma a aprender a reconhecer as células, fileiras paralelas e perpendiculares, células recíprocas e base. Os triângulos preenchidos foram recolhidos, e novos triângulos, agora em branco, foram entregues para que eles tentassem preencher de acordo com o que tinham aprendido. Esta atividade foi desenvolvida em duplas.

No segundo dia de oficina expomos o Triângulo Aritmético e explicamos cinco das dezenove consequências observadas por Pascal. Aplicamos uma atividade na qual eram trabalhadas as Consequências de número 1 a 5, que apresentavam resultados das operações entre as células. Percebemos que nesta segunda atividade houve muitas dúvidas, sobretudo na quinta consequência, pois eles não lembravam o que seriam células recíprocas, fizemos uma explanação mostrando o passo-a-passo e eles conseguiram compreender. Com relação às outras dificuldades e questionamentos, nos empenhamos para auxiliá-los igualmente indo em cada dupla.

A terceira atividade da oficina traz uma das aplicações do Triângulo Aritmético proposta por Pascal (2013), a aplicação às Combinações.

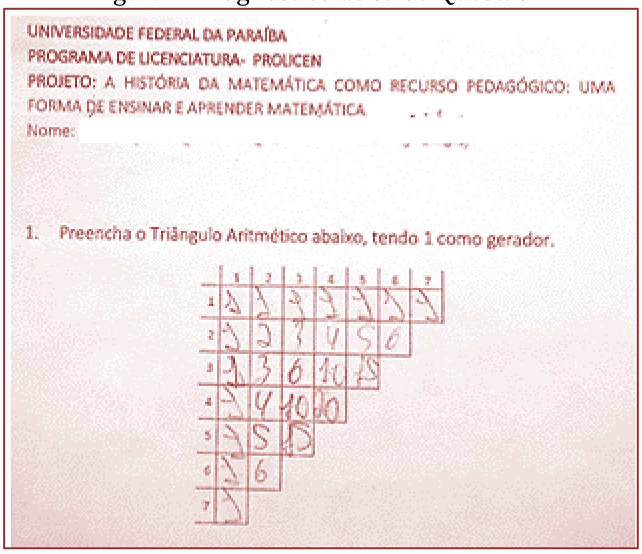
Trabalhamos com os alunos apenas a Proposição I e o Lema V utilizando os dois métodos propostos por Pascal para encontrar as combinações dentro do Triângulo Aritmético. Devido, primeiramente, às limitações do tempo das oficinas, e também porque nessa etapa do Ensino Médio (2º série) o tema Combinações seria aplicado a eles no conteúdo de Análise Combinatória.

Como o lema V foi apresentado por Pascal também como um problema, o lançamos aos alunos: *Dados dois números desiguais, descobrir no Triângulo Aritmético, de quantas maneiras o menor se combinará no maior.*

Ao final das oficinas pedagógicas realizamos uma avaliação individual para verificarmos o aprendizado dos estudantes em relação ao conteúdo apresentado. Distribuímos entre os estudantes um questionário composto por (3) três questões. A primeira questão, tratava-se do preenchimento do Triângulo Aritmético, a segunda, tratava-se de localizar dentro do Triângulo Aritmético as combinações propostas em duas alternativas (itens a e b) e a terceira, tratava-se de relatar a experiência pessoal de aprendizado sobre as atividades do Projeto.

Na turma 1, 19 (dezenove) alunos responderam o questionário e todos preencheram corretamente o Triângulo Aritmético usando o número 1 como gerador. Podemos ver um exemplo desse preenchimento na Figura 1.

Figura 1: Diagnóstico de saída Questão 1


UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
PROGRAMA DE LICENCIATURA- PROLICEN
PROJETO: A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO: UMA FORMA DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA
Nome:

1. Preencha o Triângulo Aritmético abaixo, tendo 1 como gerador.

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	
3	1	3	6	10	15		
4	1	4	10	20			
5	1	5	15				
6	1	6					
7	1						

Fonte: Arquivo do Projeto

Por sua vez, na turma 2, 14 (catorze) alunos responderam o questionário sendo que, apenas 12 (doze) apresentaram respostas corretas. Porém, vale destacar que dentre os 14 (catorze) alunos, 10 (dez) usaram o número 1 como gerador, assim como pedia a questão, e consequentemente, preencheram o triângulo de forma correta. Todavia, os 4 (quatro) alunos restantes, optaram por preencher com gerador 2, e apenas 2 (dois) deles fizeram isso corretamente, o que nos leva a perceber as dificuldades de alguns alunos em trabalhar com um gerador diferente do número 1.

Os alunos, Denis e Tâmara, tentaram usar o número 2 como gerador e não foram bem sucedidos pois cometeram o mesmo erro. Preencheram a fileira perpendicular corretamente, porém a fileira paralela de maneira incorreta, esqueceram que o gerador não sofre alterações.

Na segunda questão avaliamos o aprendizado dos alunos referente ao tema combinações no Triângulo Aritmético. Essa questão era composta por duas alternativas (itens a e b) na qual os alunos localizariam dentro do Triângulo Aritmético as combinações propostas utilizando o método de sua escolha.

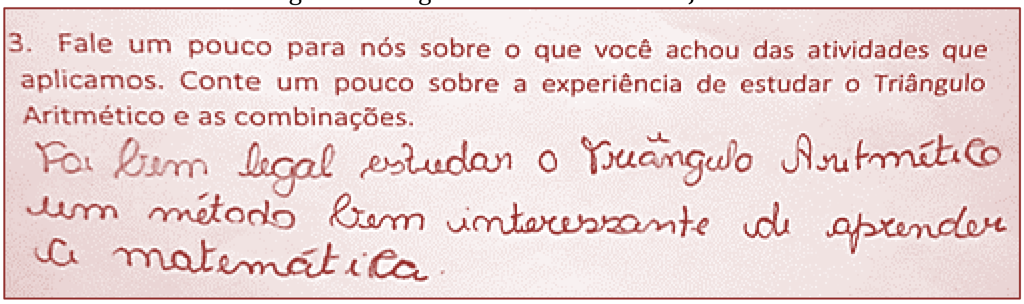
Dentre os 19 (dezenove) alunos que responderam a avaliação, 14 (catorze) responderam corretamente, mas somente três deles deixaram claro que escolheram o segundo método. Enquanto que 5 (cinco) apresentaram respostas incorretas.

Na turma 2, dentre os 14 (catorze) alunos que responderam a avaliação, apenas 10 (dez) apresentaram corretamente os resultados. Enquanto que 4 (quatro) não obtiveram bom êxito. Dentre as cinco respostas incorretas, 3 (três) alunos tentaram preencher o Triângulo Aritmético com gerador 2. As alunas Dandara e Tâmara, compreenderam bem como localizar as combinações dentro do triângulo, porém como não haviam preenchido o Triângulo Aritmético de maneira correta, não conseguiram responder a questão.

Na terceira questão da avaliação diagnóstica, abrimos espaço para o aluno relatar a sua experiência pessoal de aprendizado sobre a História da Matemática, especialmente sobre as atividades realizadas com Triângulo Aritmético de Pascal.

Os 19 (dezenove) alunos responderam unanimemente que foi uma experiência positiva e proveitosa, e que a partir do Projeto conheceram um pouco da História da Matemática e isso despertou neles o desejo de aprender mais sobre o assunto como podemos ver na Figura 2.

Figura 2: Diagnóstico de saída aluna Janaína

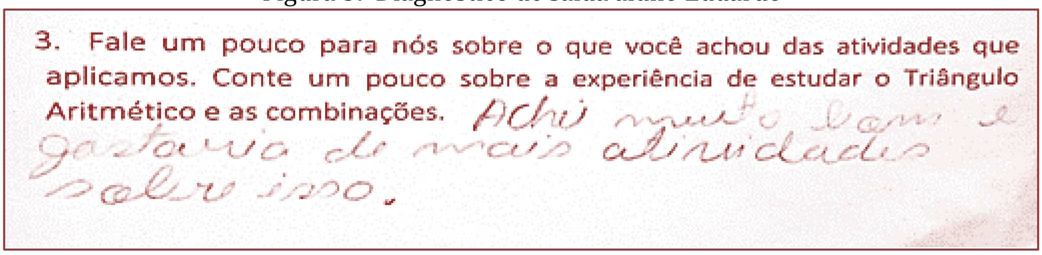

3. Fale um pouco para nós sobre o que você achou das atividades que aplicamos. Conte um pouco sobre a experiência de estudar o Triângulo Aritmético e as combinações.

Foi bem legal estudar o Triângulo Aritmético um método bem interessante de aprender a matemática.

Fonte: Arquivo do Projeto

Dos 14 (catorze) alunos que responderam a avaliação na Turma 2, todos foram unânimes em relatar como foi proveitosa a experiência sobre a História da Matemática envolvendo as atividades com o Triângulo Aritmético, inclusive que isso despertou neles o desejo de se aprofundar no assunto (Figura 3).

Figura 3: Diagnóstico de saída aluno Eduardo


3. Fale um pouco para nós sobre o que você achou das atividades que aplicamos. Conte um pouco sobre a experiência de estudar o Triângulo Aritmético e as combinações. Achei muito bom e gostaria de mais atividades sobre isso.

Fonte: Arquivo do Projeto

Com esta avaliação concluímos as oficinas ministradas. Na oficina ministrada na Turma 1, não encontramos adversidades de receptividade ou de tempo, as oficinas foram realizadas em 4 (quatro) dias, contando com uma carga-horária de 8h/a. Apesar da dificuldade de aprendizado entre os alunos por se tratar de um conteúdo desconhecido, todos conseguiram realizar as atividades propostas no tempo previsto e com bom aproveitamento.

Já na segunda oficina ministrada, Turma 2, não tivemos problemas com receptividade mas no entanto enfrentamos grande dificuldade com o tempo por conta de feriados e imprevistos dentro da escola. Desse modo, tivemos que concluir a oficina com 3 (três) dias ao invés de 4 (quatro) como aconteceu na primeira turma. Mesmo assim, todos os alunos mesmo alguns apresentando dificuldades, conseguiram concluir as atividades propostas e com bom aproveitamento.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o estudo da revisão bibliográfica, concluímos que a leitura dos materiais foi importante para nossa formação acadêmica, proporcionando um novo olhar sobre a História da Matemática, por propor uma História rica que não está presente nos livros Didáticos escolares. Concluímos ainda que o estudo do Tratado nos preparou para mostrar aos alunos o Triângulo Aritmético através de sua História, através da produção de materiais didáticos, textos, atividades, para o ensino dos conceitos matemáticos envolvidos.

Com o desenvolvimento do projeto, percebemos a importância de abordar um tema importante e ao mesmo tempo esquecido nas salas de aula. O envolvimento e o comprometimento dos envolvidos foi de suma importância para termos alcançado bons o Desde os estudos iniciais até a realização e conclusão das oficinas na escola parceira, todos se doaram e deram o melhor individual e coletivamente em prol da realização do Projeto.

Mesmo diante das dificuldades, os educandos aprenderam um pouco sobre a História da Matemática (até então era desconhecida para eles) e passaram a enxergar a Matemática com um olhar diferente. Segundo seus próprios relatos foi uma experiência positiva e proveitosa e que aguçou neles o desejo e a curiosidade de saber mais sobre o assunto.

Quanto a nós, licenciandos/bolsistas, com a sucessão das atividades e materiais elaborados adquirimos experiência e aprendemos a superar nossas limitações no campo da Matemática e do ensino da Matemática. As atividades planejadas e desenvolvidas nos estudos iniciais contribuíram na área do conhecimento matemático; contribuíram para a articulação da teoria (estudos iniciais) e prática (realização das oficinas). Enfim, o Projeto possibilitou nossa qualificação como futuros professores em processo de formação.

REFERÊNCIAS

[1] Bogdan, Robert; Biklen, Sari. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: Investigação qualitativa em educação. Portugal: Porto Editora, 1994, p. 15-80.

[2] Brasil, Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC, 1998.

[3] Fauvel, J.; Maanen, J. V. (Org.). History in Mathematics Education: the ICMI study. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

[4] Fossa, J. A. A História da Matemática Como Fonte de Atividades Matemáticas. IN: Anais do I Seminário Nacional História da Matemática, Recife: UFRPE, 1995.

[5] Mendes, Iran Abreu. Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal (RN), 2001a.

[6] Mendes, Iran Abreu. O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências. Belém: Eduepa, 2001b.

[7] Mendes, Iran Abreu. Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

[8] Miguel, A. et. al. História da matemática em atividades didáticas. 2ed. São Paulo, Ed. Livraria da Física, 2009.

[9] Pascal, Blaise. Tratado sobre o triângulo aritmético. Tradução de John A. Fossa e Fabrício Possebon. Natal: Edufrn, 2013.

[10] Paviani, Neires Maria Soldatelli; Fontana, Niura Maria. Oficinas Pedagógicas: Relato de uma Experiência". V. 14, n. 2, maio / agosto 2009.

Capítulo 11

Mundo encantado do consumo: Saberes matemáticos ocultos

Valdete Silva Tomaz
Luís Havelange Soares

Resumo: Nesse artigo apresentam-se os resultados de uma pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso desenvolvida no Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciências e tecnologia da Paraíba- (IFPB), Campus Campina Grande. A investigação surgiu a partir de inquietações emergidas de experiências vivenciadas em sala de aula, nas quais se observou uma ausência de aprendizagens sobre esse tema, como também de cenas testemunhadas em relações comerciais do cotidiano das pessoas, indicando um consumo exagerado e um desconhecimento da matemática financeira relativa a essas relações. O objetivo principal foi investigar a significância da educação financeira para a formação do cidadão e os processos de ensino desenvolvidos atualmente nas atividades escolares sobre esse tema. A pesquisa, que se insere na perspectiva qualitativa, teve como principal instrumento de coleta de dados, um questionário que buscou levantar informações sobre o consumo das pessoas e o conhecimento delas relativamente a temas basilares da matemática financeira. Os dados coletados mostraram que a maioria das pessoas converge para uma classificação denominada de "pessoas consumistas". Mesmo os participantes tendo concluído o nível da educação básica, há um despreparo no que diz respeito ao conhecimento de temas básicos da matemática financeira. Verificou-se que esses temas são explorados de forma insignificante nos livros didáticos, levando a entender que é necessária outra configuração dos processos de ensino para contemplar conceitos que são relevantes para o cotidiano das pessoas.

Palavras chave: Matemática Financeira, Consumismo. Consumo, Ensino Aprendizagem.

1.INTRODUÇÃO

As ideias primeiras para a realização deste trabalho de pesquisa surgiram com a observância do modo como a sociedade tem se comportado em relação aos processos de negociações de produtos e, por consequência, aos comportamentos ou usos que se faz dos recursos financeiros disponíveis.

No modelo de sociedade atual, centrado no sistema neoliberal, aonde o que impera é lucro em detrimento da qualidade de vida das pessoas, o sistema do capital especulativo coloca suas “garras” inserindo exaustivamente no meio midiático a ideia de que na sociedade moderna o importante é o consumo.

Os aspectos matemáticos ocultos nesse mundo do consumo foi o outro elemento que encaminhou a direção desse trabalho, mostrando a necessidade de uma orientação financeira desde a fase inicial de escolaridade. É nesse aspecto que surge a necessidade da participação da escola no contexto sócio econômico da população.

A educação financeira no âmbito escolar deve orientar para a vida e não limitar o conhecimento às atividades do contexto educativo. O indivíduo deve ter uma educação financeira que lhe dê condições de utilizar o dinheiro de forma adequada e consciente, priorizando o que é necessário. A matemática financeira é utilizada diariamente, seja quando se vai à padaria, ao supermercado, enfim, em praticamente tudo que se faz.

O estudo da matemática financeira pode contribuir para a cidadania, uma vez que possibilita maior entendimento dos processos comerciais envolvidos nas atividades diárias.

Com base nesse contexto, o objetivo dessa investigação foi estudar a significância da educação financeira para a formação do cidadão e os processos de ensino desenvolvidos atualmente nas atividades escolares sobre matemática financeira. Como objetivos específicos, tivemos: Investigar o conhecimento de matemática financeira no contexto da educação básica; orientar os estudantes para a forma de lidar com o dinheiro da maneira mais coerente considerando, especialmente, o seu orçamento financeiro familiar; desenvolver o senso crítico para a cidadania consciente dos direitos e deveres.

2.A MATEMÁTICA FINANCEIRA ONTEM E HOJE

A marca essencial da matemática financeira é sua proximidade com problemas do cotidiano num conjunto de aplicações práticas. Essas aplicações práticas são de diferentes formas. Assim, a matemática financeira é fundamental para a tomada de decisões sobre problemas importantes da vida das pessoas.

Há evidências que, no Brasil, o surgimento da matemática financeira está associado com as primeiras trocas entre produtos, comum no início da colonização, perpassando ainda as condições dos índios que não conheciam o dinheiro, seu valor e muito menos o conceito de lucro, a esse respeito.

Numa definição simples pode-se dizer que a matemática financeira é o ramo da matemática que estuda o uso e a evolução do dinheiro através do tempo, e todas as relações que disso derivam. Há muitos exemplos que mostram a antiguidade do uso de conceitos de matemática financeira pela sociedade, como o cálculo de juros, porcentagens, dentre outros.

Em registros históricos encontram-se várias inscrições em tábuas que eram usadas para efetuar processos aritméticos, multiplicativos, com quadrado, cubo, inverso multiplicativo e exponencial. As tábuas de exponenciais eram usadas, juntamente com a interpolação em problemas de juros compostos. As tábuas de inversos eram usadas para reduzir a divisão e a multiplicação.

> Há tábuas no Louvre, em Paris, que contêm problemas sobre juros compostos. Em uma dessas tábuas do Louvre, de cerca de 1700 a.C., existe o seguinte problema: Por quanto tempo deve-se aplicar uma certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ele dobre? (LUZ e BAYER, 2013, p. 2).

Para D’Aquino (2008), inúmeros objetos e utensílios foram usados como dinheiro em diversos momentos da história e em diferentes lugares. Com o crescimento do comércio foi necessário se repensar nos modos como as negociações eram feitas, com vista a minimizar o trabalho e a operacionalização com objetivos de diversos tipos e naturezas. Daí, os metais passaram a ser a “moeda de troca” preferida entre os compradores e vendedores. E dessa forma, o valor a se pagar ou a se receber passou a ser relativo ao peso quantitativo, tendo como referência um peso padrão de outro metal. Esse processo, como componente humano a necessidade e a habilidade de transformação e comparação, já se formava aí um sistema econômico e não apenas um escambo de pesos, medidas e valores.

O que impera atualmente com o surgimento da comunicação em tempo real são trocas de informações de modo rápido e mudanças de toda ordem ocorrendo no mundo, em especial, com respeito ao modo econômico e ao uso do dinheiro. Esses aspectos associados ao modelo social que impera no sistema capitalista fez surgir uma sociedade marcada pelo consumo.

Daí surge algumas inquietações: qual a diferença entre consumo e consumismo? O que se faz necessário para que se tenha um consumo consciente e responsável? Como a matemática financeira estará inserida nesse processo? Como a escola pode contribuir para a construção da criticidade referente ao modelo de consumo que temos?

3.O IMPERATIVO DO MODELO DE SOCIEDADE BASEADO NO CONSUMO

“De maneira distinta do consumo, que é basicamente uma característica e uma ocupação dos seres humanos como indivíduos, o consumismo é um atributo da sociedade” (BAUMAN, 2008).

O consumo é algo natural de uma sociedade, pela necessidade da sobrevivência, compra de mercadoria, bens e serviços para sua existência, o que os difere dos outros animais. Quando se compara o consumo com o consumismo se percebe que o consumista não age como consumidor, que compra o que necessita. Na maioria das vezes o consumista age por motivações socioeconômicas ou motivadas por distúrbios psicológicos e/ou emocionais.

Essas características do consumista são consequências do modelo social que impera. Há quem ouse até em definir como uma sociedade doente, marcada por uma frieza no convívio social, aonde a cada dia as pessoas se sentem mais sozinhas. Consumir exageradamente é como uma espécie de compensação. É como se uma lacuna fosse preenchida, mesmo que seja momentaneamente, o consumismo traz mudança de comportamento.

A sociedade tornou-se culturalmente consumista, e isso ocorre desde a infância. As crianças, antes mesmo de aprenderem a ler e compreender o que é comprar, já são estimuladas ao consumo através do comportamento dos adultos, independe de gêneros. “Numa sociedade de consumidores, todo mundo precisa ser, deve ser e tem que ser um consumidor por vocação, ou seja, ver e tratar o consumo como vocação” (BAUMAN, 2008, p.73).

A educação financeira poderá contribuir par a conscientização das pessoas sobre o consumo consciente. Ela deve ser objeto de estudo a partir do contexto educativo, contemplando todas as pessoas inseridas na escola. Para isso, em todos os níveis educativos da Educação Básica devem ser considerados, de forma relevante, os conceitos, as propriedades e os problemas que têm como tema central a educação financeira.

4.A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA ESCOLA: OLHANDO A REALIDADE

Os livros didáticos do ensino fundamental não trazem especificamente conteúdos voltados para matemática financeira, geralmente o conteúdo está inserido dentro de outros temas, que muitas vezes é ensinado superficialmente sem se fazer nenhuma relação com o cotidiano do aluno.

Analisando duas coleções de Matemática do Ensino Fundamental percebeu-se que não há um tratamento direto do tema. Dante (2015) aborda nas series do 6º, ao 9º ano entreposto no conteúdo de porcentagem, e em outros conteúdos, com algumas situações problemas envolvendo a matemática financeira. Souza e Pataro (2015), também abordam de forma vaga o conteúdo. Em Bianchini (2015) percebe-se que no livro do 6º ano, é feito uma abordagem da matemática financeira de forma mais acentuada, mesmo apresentada através de atividades inseridas em outros conteúdos, o autor mostra uma matemática mais aproximada da realidade do aluno, através de situações relacionadas com o cotidiano do discente.

Na atualidade o ensino da matemática vai além da sala de aula, por isso um currículo pré-estabelecido não condiz com o modelo de educação brasileira, onde a forma de ensinar vem se transformando através dos tempos. Aquela forma aonde os conteúdos deveriam ser memorizados já estão ultrapassados. É necessário um currículo onde o aluno possa construir seu próprio conhecimento através de conteúdos contextualizados que faça sentido para o mesmo, que desenvolva competências que sejam suficientes para viver em um mundo produtivo e capitalista. A matemática desempenha um papel importante diante do desenvolvimento das sociedades nos seus diferentes modos.

5.A FORMAÇÃO BÁSICA E A MATEMÁTICA FINANCEIRA DO COTIDIANO

Na busca de compreender a relação entre a formação de nível básico e a matemática financeira do cotidiano, foi aplicado um questionário contendo situações problemas envolvendo conhecimentos que se inserem no contexto da matemática financeira. O questionário foi elaborado contendo tópicos seguidos de indagações, as quais buscaram fazer um diagnóstico por amostragem, de como as pessoas estão se comportando financeiramente, qual seu conhecimento básico sobre matemática financeira.

O questionário teve como público alvo 15 (quinze) pessoas de diferentes faixas etárias e de diferentes profissões. O participante ter completado o curso de ensino médio foi o critério adotado para a sua escolha. Todas as pessoas foram nomeadas com um pseudônimo P1, P2, P3, ..., P15, para preservar suas identidades.

A investigação, que se insere no âmbito das pesquisas qualitativas, usou para a análise dos dados a categoria de Análise de Conteúdo, na perspectiva de Bardin (2016). Isso significa que a leitura que se faz das respostas não se dá de modo literal. Ou seja, a partir das respostas dos participantes pode-se inferir sobre diversos elementos que não se apresentam no texto das respostas, pois de acordo com Bardin (2016), qualquer resposta em um questionário de pesquisa, tem por trás uma gama de informações que são omitidas e o pesquisador pode interpretá-las durante a sua análise.

5.1 INTERPRETANDO A FALA DOS PARTICIPANTES

Foi observado que independente da profissão e da idade, as pessoas pesquisadas estão numa condição financeira parecida. Dentre as quinze, sete tem dívida, mas com perspectivas de pagá-las, o que dar a entender que as mesmas tem uma renda fixa. Quatro pessoas não tem dívida, mas, informaram que não sobra dinheiro, esse pequeno grupo demonstra autocontrole.

Com a terceira pergunta, descrita como *"com relação às formas de pagamento quando vai comprar um produto"* tivemos o propósito de identificar se os participantes levam em consideração os aspectos financeiros envolvidos nas operações de compra. Ou seja, analisam cuidadosamente as opções de pagamento, de descontos, de juros que lhes são expostas.

Treze dos 15 (quinze) participantes responderam que sim, e 9 (nove) dos 13(treze) responderam *"não precisava tanto"*. Atreladas a essas respostas dos investigados temos diversas variáveis. Uma delas é a influência externa pois, existem padrões de comportamentos, criados pelo modelo social consumista, na perspectiva de Zygmunt (2008) que consideram uma pessoa bem "sucedida" quando está inserida dentro destes padrões. Nesse contexto, se está sempre valorizando o poder aquisitivo.

Dois dos 13 (treze) investigados, "*perceberam que o objeto não era de boa qualidade ou durou pouco",* 1 (um) "*Achou algo melhor* ou com preço menor depois", e mais 1(um) respondeu que acabou estocando sem necessidade de uso. "A maioria dos bens valiosos perde seu brilho e sua atração com rapidez, e se houve atraso eles podem se tornar adequados apenas para o depósito de lixo, antes mesmo de terem sido desfrutados" (BAUMAN, 2008, p.45).

A questão 4 (quatro), item b, perguntou: "*Em que (quais) situação(situações) você se classifica com relação à compra de produtos"?* Cinco dos 15 pesquisados afirmaram que precisam estabelecer prioridades para o uso do dinheiro. Quatro disseram que precisam equilibrar desejo e necessidade de ter os produtos. Três deles indicaram que precisam fazer um planejamento financeiro e três disseram que precisam pesquisar preços e produtos de forma melhor.

A questão 5 (cinco) buscou fazer referência a Educação Financeira e foi desmembrada em dois itens (*a* e *b*). O item *a* perguntava: "*você lembra-se de ter havido alguma orientação financeira na sua vida escolar".* Todos os pesquisados responderam que não, com exceção de P6. Porém deu a impressão de não ter compreendido a pergunta, pois no complemento da pergunta "*Se sim, como classifica a sua educação financeira na escola",* a mesma classificou como *"Foi uma educação relevante, contribuindo para a tomada de decisões referentes ao uso do dinheiro",* entretanto se contradiz ao responder o item b quando diz que sim para seguinte pergunta*: "Você gostaria de ter estudado matemática financeira de forma mais aprofundada, para lhe auxiliar na sua vida cotidiana?".*

Diante da análise das respostas de todos os investigados observou-se que independente da faixa etária nenhum teve uma educação financeira, mesmo os mais jovens. É notório que essa falta de orientação financeira é um dos fatores para a inadimplência e para um descontrole financeiro que atinge milhões de pessoas. Isso tem reflexos diretos nos documentos da educação no Brasil, como vê-se no texto da nova

Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em que se indica que a educação financeira deva ser obrigatória, fazendo parte do eixo de matemática e Ciências da natureza para crianças do ensino fundamental.

A questão 6 (seis), foi dividida em 4 (quatro) subitens. O subitem 6.1 apresentava a seguinte questão: "*Qual valor NÃO representa 10% de 1000?".* Com essa indagação, buscou-se elementos que indicassem se o pesquisado possui conhecimento básico de porcentagem, considerando-se as algumas formas de representação do um valor percentual.

Quadro 1: Quantidade de pessoas por opção de respostas para a pergunta "Qual valor NÃO representa 10% de 1000?".

Opção de resposta	*Quantidade de pessoas*
$0{,}10.\,1000$	*2*
$\frac{10}{100}.\,1000$	*0*
$\frac{1}{100}.\,1000$	*5*
$\frac{1000}{10}$	*3*
Nenhuma das opções	*5*

Fonte: Questionário de pesquisa

Percebeu-se que apenas 5 das 15 pessoas responderam corretamente, logo 66,6% não conseguiram identificar qual das representações não é 10% de 1000. Diante da situação apresentada, deduz-se que os conhecimentos da matemática básica que os pesquisados têm são insuficientes para analisar questões desse tipo, o que consequentemente interfere, mesmo que indiretamente, as decisões das pessoas na hora de comprar alguma coisa, pois qual a garantia que o cliente tem de estar recebendo um desconto, quando se utiliza a porcentagem, se o mesmo não sabe calcular porcentagem.

A maioria dos produtos ou serviços quando têm descontos, estes são dados a partir de taxas percentuais e não em valores absolutos. Isso indica que a matemática básica, seja financeira ou não, está inserida implicitamente no cotidiano das pessoas, indicando o quanto são importantes os conhecimentos matemáticos para ajudar no momento de tomar decisões na hora de fazer uma compra ou vender um produto.

A falta do conhecimento da matemática financeira pode acarretar prejuízos para algumas pessoas. Os dados coletados ficam mais significativos quando associados às conversas (ou falas) informais realizadas com os pesquisados. Um exemplo foi o que confidenciou P11, que se autodenominou como uma pessoa de profissão autônoma. Ela relatou que por não saber de porcentagem, utilizava de descontos em valores absolutos e mostrou uma situação similar ao que ocorre: quando um cliente faz uma compra que custa R$ 110,00; oferece R$ 10,00 de desconto, caso seja a vista; se comprar um produto de R$ 24,00; oferece R$ 4,00 de desconto e assim por diante. P11 deixou transparecer, inconscientemente, que acha que estava dando desconto em porcentagem de 10% na compra de 110,00 reais e 4% na compra de 24,00 reais.

Há indícios que essa prática ocorre com a maioria das pessoas que não sabem calcular corretamente porcentagem. Fazendo uma análise do relato e um comparativo, se a vendedora oferecesse 10% de desconto nas duas situações, na compra de R$ 110,00 teria um desconto de R$ 11,00, enquanto que na compra de R$ 24,00 um desconto de R$2,40. Constatou-se que com a utilização dessa prática tanto o cliente quanto o vendedor, poderão sair perdendo capital, mesmo que seja em pequenos valores, principalmente no comércio informal, onde há indicativos da existência desse tipo de prática.

Outro fato que os dados do Quadro 1 indicam é que algumas pessoas não associam, se quer, a ideia de que calcular 10% de um total significa dividir esse total por 10. Isso foi constatado com as respostas de P2, P7 e P12, mostrando despreparo absoluto para o entendimento do conceito de porcentagem.

No subitem 6.2 foi apresentada a seguinte questão: "*Suponha que você tenha R$ 100,00 na poupança que rendem juros de 1% ao mês. Você vai comprar um produto que é R$ 100,00 e vai usar esse dinheiro da poupança para a compra. Qual a melhor opção de compra?".*

Foram oferecidas quatro opções de respostas, das quais nove, dos quinze investigados, optaram por comprar à vista, sem desconto, o que na concepção da maioria seria mais vantajoso, diante das demais opções oferecidas. P11 foi a única pessoa que escolheu o item: "Metade *à vista sem desconto e a outra metade em duas vezes mensais de R$ 26,00. Com essa escolha ficaria com um saldo negativo de R$ 1,25.*

Em contra partida o pesquisado P3 que optou pelo item "Pagamento em duas parcelas de R$ 51,50 cada, sem entrada", ficaria com um saldo positivo de R$ 0,52. Já P1, P5 e P9 escolheram a alternativa "*pagamento em cinco parcelas mensais de R$ 22,00, sem entrada*", o que seria a pior de todas as opções, pois ficariam com um saldo negativo de R$8,13. Apenas a investigada P14, alegou não saber responder.

De acordo com os dados obtidos, através de uma simples simulação, de uma situação problema, percebeu-se que as melhores opções seriam, a compra à vista, mesmo sem desconto, pois não estaria ganhando, mas também não estaria perdendo, assim como quem escolheu a opção *"Pagamento em duas parcelas de R$ 51,50 cada, sem entrada",* o que seria até mais vantajoso pois estaria ganhando mesmo um valor irrisório, e não contraindo uma dívida. O que se observou é que com a falta de conhecimento financeiro muitas vezes temo-se o "falso engano" que sempre é mais vantajoso comprar à vista. Ao fazer a análise das duas opções relatadas anteriormente ficou evidente que nem sempre se obtém vantagens. Essas situações são relativas, tudo depende do contexto que o indivíduo esteja inserido.

Os pesquisados P1, P5, P9 e P11, estariam em uma situação complicada caso ocorresse em uma situação real e de valor monetário elevado, pois estariam com saldos negativos, isto é, devendo ao banco o que não seria um bom negócio devido às altas taxas de juros compostos, que os bancos adotam. Sobre P14 a única coisa que se pode concluir é o seu total desconhecimento sobre a situação problema, nem se arriscando a emitir uma opinião.

Já se esperava que os pesquisados tivessem dificuldades para analisar esse problema, pois associado a ele existem diversos elementos da matemática financeira, como porcentagem, juros compostos, balanço comercial, entre outros. No entanto, pensou-se em obter respostas que mostrassem, ao menos, uma análise da situação, mesmo que não correta, mas com elementos financeiros. Porém, as pessoas apenas marcaram as opções, sem quaisquer reflexões da situação.

No subitem 6.3 houve uma simulação de uma situação problema que dizia: *"No início de 2018, João, José e Manoel possuíam, cada um, R$ 1000,00"*

- *João guardou o dinheiro em casa (debaixo do coxão) e só vai usar no dia 31 de dezembro de 2018.*
- *José emprestou o dinheiro ao seu compadre, combinando que este devolveria em 31 de dezembro de 2018 R$1100,00.*
- *Manuel botou o dinheiro na poupança, que rende 0,60% ao mês, e só vai sacar em 31 de dezembro de 2018.*

Sabendo que a inflação no ano será de aproximadamente 12%, qual foi a melhor escolha para guardar o dinheiro"?

Nenhum dos pesquisados respondeu a opção de João, dando indícios que essa prática ficou em um passado distante, mostrando que, ao menos, os pesquisados compreendem que o dinheiro guardado sem aplicação desvaloriza ao longo do tempo quando há uma taxa inflacionária. Seis dos pesquisados responderam José, com indicativo de uma prática arriscada, como é uma transação financeira informal sem nenhuma garantia, mesmo tendo uma margem de lucro superior a opção de Manuel não existe uma segurança no recebimento do valor emprestado seja do capital ou montante, o que seria um risco.

Dos quinze pesquisados, 40% escolheram Manoel que apesar da inflação está mais alta do que o rendimento da poupança, não optaram por uma transação informal que poderia ter prejuízos maiores, pois não existiria garantia do dinheiro guardado ou emprestado. Vinte por cento dos pesquisados não souberam responder.

Essa questão remete a outras interpretações que vão além do conhecimento "frio" da matemática. Possivelmente muitos não admitiriam emprestar o dinheiro no modo da informalidade, para esses a melhor opção seria a aplicação em poupança.

Finalizando o questionário com o item 6.4 foi proposto que os participantes calculassem as seguintes porcentagens: Quanto é: A)20% de 100? B)20% de 200? C) $^1/_4$ de 400? D) 100% de 500? E) 300% de 200? F) 1% de 500?

Apenas três (P5, P9 e P10) dos quinze pesquisados calcularam corretamente todas as porcentagens apresentadas, quatro não souberam responder nenhuma das porcentagens, P12 respondeu, errando apenas a que se referia a um quarto de quatrocentos. Os demais responderam algumas certas, outras erradas, como também deixaram alguns sem responder, isto é, as respostas foram dadas parcialmente.

De acordo com a aplicação do questionário e a análise dos dados, concluí-se que existe uma carência de conhecimentos relacionados à matemática financeira básica, que existe no atual sistema educacional uma indiferença quanto ao ensino da matemática financeira.

6.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos fatos motivadores dessa investigação se deu ao testemunhar, em uma turma do 6º ano do ensino fundamental, uma conversa informal entre um pequeno grupo de alunos, que estava com uma faixa etária entre 10 a 12 anos. Começaram a falar sobre compras, como se todos trabalhassem e tivessem um salário fixo. A maioria era de famílias humildes, simples, típicas de cidade do interior. A conversa "girava" em torno de um tênis que um dos meninos do grupo almejava em comprar por que stava na moda, mesmo ele possuindo dois tênis novos. Refletindo sobre a situação foi despertado o interesse de pesquisar sobre as influências do (des)conhecimento da matemática financeira para na vida das pessoas.

Um dos objetivos da pesquisa foi investigar a significância da educação financeira para a formação do cidadão. Ao longo da pesquisa foi observado o quanto é importante ter conhecimentos básicos da matemática financeira para que o cidadão possa lidar com situações do seu cotidiano, para que possa compreender a matemática implícita que está na maioria dos processos de negociações de produtos e serviços.

Educar financeiramente é orientar para utilizar o dinheiro de forma consciente, fazer com que o aluno compreenda o valor do trabalho, que é através do trabalho que se ganha dinheiro e, por isso, necessita-se compreender os fenômenos que estão associados ao aspecto financeiro. No entanto, ensinar matemática financeira não está apenas relacionado com o valor do dinheiro, mas, também, a ensinar valores que irão contribuir para sua formação como cidadão, no seu município, estado e país. Educar financeiramente é educar para a vida, são ensinamentos que transpassam os muros da escola.

> A capacidade de aprender, não apenas para nos adaptar, mas sobretudo para transformar a realidade, para nela intervir, recriando-a, fala de nossa educabilidade a um nível distinto do nível do adestramento dos outros animais ou do cultivo das plantas (FREIRE ,2013. P.67).

Ao aplicar o questionário que fazia referência a vida e os conhecimentos financeiros dos pesquisados, observou-se que existe uma desorganização financeira, houve indícios de consumismo por parte da maioria dos investigados, assim como um desconhecimento da matemática financeira no ato da compra ou venda, seja de um objeto, bens de consumo ou serviço.

As interpretações das respostas dos participantes indicaram uma ausência de conhecimentos básicos de matemática financeira, levando a hipótese de um desastroso processo de aprendizagem sobre esses temas na escola de nível básico, uma vez que todos os pesquisados concluíram essa etapa de escolaridade. Essa especificidade de um processo de aprendizagem falho, especialmente no ensino fundamental e ensino médio, vem sendo, a cada dia, confirmada em outras pesquisas da área. Inclusive em avaliação oficiais isso fica evidenciado.

Há muito se questiona o distanciamento entre a matemática estudada na escola e matemática (ou saberes matemáticos) aplicada na vida cotidiana das pessoas. Os dados dos questionários reforçam essa tese. Tanto é que ficou nítido o desejo de ter tido a oportunidade de uma educação financeira na fase escolar, para que pudessem ter uma orientação financeira para ser aplicada no seu cotidiano e de seus familiares.

REFERÊNCIAS

[1] Bardin, Laurence. Análise de Conteúdo. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo, SP: Edições 70, 2016.

[2] Bauman, Zygmunt. Vida para o consumo: a transformação das pessoas em mercadoria. Tradução: Carlos Alberto Medeiros. Rio de Janeiro. Jorge Zahar, 2018.

[3] Brasil. Instituto Nacional de Estudo e Pesquisas Educacionais. SAEB/PROVA BRASIL Brasília: MEC, 2011.

[4] ________. Parâmetros Curriculares Nacionais- 5ª a 8ª séries. Ministério da Educação. Vol. 10. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[5] Bianchini, Edwaldo. Matemática Bianchini. Coleção 6º, 7º, 8º e 9º anos, ed. Moderna 8ª edição, São Paulo,2015.

[6] D'aquino, C. História do dinheiro. Abril, 2008. Disponível em: http://www.monitorinvestimentos.com.br/aprendizado.php?id_aprendizado=43. Acesso em 28 de julho de 2018.

[7] Dante, Luiz Roberto, Projeto Teláris, matemática. Coleção 6º,7º, 8 e 9º anos, ed. Ática 1ª edição, São Paulo,2014.

[8] D'ambrósio, U. Etnomatemática. São Paulo: Editora Ática, 1990.

[9] Duarte, P. C.; *et al*. Matemática Financeira: um alicerce para o exercício da cidadania. Nucleus, v. 9, n. 1, p. 195- 208, 2012.

[10] Freire, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa, ed. Paz & Terra, 46ª edição. Rio de Janeiro, 2013.

[11] Gouveia Neto, S. C. de G. A disciplina de Matemática Comercial e Financeira e as legislações do ensino comercial: breve olhar para as quatro primeiras décadas do século XX. Anais do 2º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática, 2014. Disponível em:8http://www2.fc.unesp.br/enaphem

[12] Luz, L. H.; Bayer, A. Matemática financeira na educação básica. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Ulbra – Canoas (RS), 2013.

[13] Pais, Luiz Carlos. Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa, ed. Autêntica, 3ª edição, Belo Horizonte,2011.

[14] Souza, Joamir e Pataro, Patrícia Moreno, Coleção 6º, 7º, 8 e 9º anos, ed. FTD 2ª edição, São Paulo,2012.

Capítulo 12

Estratégias empregadas por alunos com altas habilidades/superdotação: Simetria e isometria

Michele Cristiane Diel Rambo
Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes

Resumo: A educação inclusiva foi instituída no Brasil na década de 90, porém a área conhecida atualmente como altas habilidades/superdotação (AH/SD) não teve o devido reconhecimento devido a muitos mitos imbuídos na sociedade. Atualmente, pesquisas e estudos nessa área estão em fase de ascensão e já se reconhece a importância do devido atendimento e atenção a esse público. Neste trabalho[9] buscamos propor experiências com atividades enriquecedoras para atender as necessidades educacionais dos alunos do 1º Ano do Ensino Médio Integrado do Instituto Federal do Tocantins com indicativo de AH/SD em Matemática. Foram elaboradas oficinas tendo como tema central os Caleidoscópios e vários conteúdos de Geometria estão sendo trabalhados utilizando-se diferentes metodologias e recursos tecnológicos buscando assim despertar o interesse e a motivação dos alunos para as atividades. Análises futuras serão realizadas tendo como referencial teórico a Teoria dos Três Anéis de Renzulli para constatar se as atividades propostas contribuíram com a manifestação das AH/SD através dos anéis da "criatividade" e "envolvimento com a tarefa".

Palavras-chave: Altas habilidades/superdotação matemática, caleidoscópios, geometria.

[9]Apresentado no XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), 2016.

1.ALTAS HABILIDADES/SUPERDOTAÇÃO EM MATEMÁTICA

O acesso à educação é um direito fundamental a todo cidadão brasileiro e de responsabilidade do Estado oferecer uma educação de qualidade, de forma a garantir a todos os estudantes as mesmas oportunidades de aprendizagem. Por muito tempo perdurou a crença de que a igualdade das condições de aprendizagem estariam relacionadas com situações idênticas de aprendizagem, o que na verdade não respeita as particularidades de cada aluno. Sabemos hoje que cada aluno aprende melhor a seu ritmo e por meio de diferentes experiências de aprendizagem.

A educação inclusiva vem nessa perspectiva de considerar as diferenças e oferecer uma educação capaz de respeitar e contemplar as necessidades educacionais de cada aluno. O público das AH/SD que integra a educação inclusiva ainda enfrentou outro mito de que alunos com inteligência acima da média teriam condições para se desenvolverem sozinhos, sem que fosse necessária uma atenção especial a esta parcela da população. Somente no século XXI é que começam a surgir mais pesquisas que destacam a importância de programas de atendimento educacional especializado para alunos com AH/SD e não somente pesquisas para rotular estes indivíduos.

No trabalho de Pérez e Freitas (2009) vemos que a produção científica relativa à área é bastante incipiente no contexto brasileiro sendo que relatam apenas 55 eventos técnico científicos no país entre 1971 e 2008. Analisamos o estudo de Anjos (2011) que buscou identificar o perfil epistemológico e as tendências da investigação das dissertações e teses com a temática altas habilidades/superdotação/talento, defendidas nos programas de pós-graduação no Brasil no período de 1987 a 2009 e complementamos com uma busca no Banco de Teses da Capes, por ser considerado uma dos mais representativos no âmbito das dissertações e teses nacionais e que pela facilidade de acesso em meio digital o tornam um campo favorável para a pesquisa bibliográfica. Encontramos disponíveis documentos de origem da Plataforma Sucupira de 2013 a 2016. Realizamos buscas também nos repositórios das universidades brasileiras que se destacam pelas pesquisas com AH/SD. Foram utilizadas as palavras chaves "Altas habilidades/superdotação em Matemática", "Altas habilidades/superdotação" e "Superdotação".

Dos registros encontrados nessa busca, foram catalogados somente aqueles que se enquadrassem nas categorias abaixo, pois na busca sempre apareciam trabalhos sem relação com o tema de interesse.

Tabela 1. Classificação por categorias das pesquisas sobre Altas Habilidades/Superdotação.

Categorias	Nº de pesquisas
Altas habilidades/Superdotação associada a outras necessidades	4
Altas habilidades/Superdotação em Matemática	2
Atendimento Educacional Especializado (AEE)	22
Perfil Social	7
Estudos comparativos	4
Formação docente	25
Identidade e perfil	24
Identificação	10
Inclusão	46
Levantamento	2
Metodologias de ensino	9
Programas de Aceleração	2
Políticas públicas	25

Através do levantamento foi possível observar que as pesquisas no Brasil estão mais direcionadas à Inclusão e que começam a ganhar espaço áreas como a de Políticas Públicas, Formação Docente, Identidade e Perfil e Atendimento Educacional Especializado. Podemos perceber que estamos em uma fase onde ainda buscamos conhecer melhor quem são os indivíduos com AH/SD, quais são as políticas públicas que os amparam e como os professores precisam se preparar para atender estes alunos. A maioria dos trabalhos tem seu aporte teórico fundamentado em Renzulli e em pesquisas empíricas seu público alvo são os estudantes do ensino fundamental.

Pesquisas que exploram a superdotação em Matemática são quase inexistentes no país, o que de certa forma impulsionou nossos trabalhos nessa área mas por outro lado apresentou uma lacuna quanto as revisões de literatura, o que nos fez complementar nossa busca ainda em bancos de dados internacionais como a Networked Digital Library of Theses and Dissertation (NDLTD), a qual reúne teses e dissertações do mundo todo. Vários trabalhados foram encontrados na área da superdotação matemática, onde destacamos países como a Suécia com inúmeras pesquisas voltadas às metodologias e estratégias de ensino adotadas pelos educadores para contemplar as necessidades desse público e que muito contribuíram com nossa pesquisa.

Voltamos o olhar agora à nossa realidade e buscamos desenvolver um programa de atendimento aos alunos com AH/SD em Matemática do Instituto Federal do Tocantins (IFTO) – Campus Palmas. O projeto visa oferecer um programa de atendimento educacional para potencializar as habilidades dos alunos dos primeiros anos do Ensino Médio Integrado (ano letivo de 2015) com indicativo de AH/SD em Matemática. Assim como a maioria das pesquisas encontradas na área e as orientações do Ministério da Educação e Cultura (MEC), faremos também o uso do referencial teórico de Joseph Renzulli para nossas futuras análises.

Nossa proposta integra um projeto maior onde também são oferecidas oficinas de Física e Astronomia para os alunos identificados com indicativo de AH/SD em Matemática. Através do acompanhamento destas experiências foi possível observar que o perfil destes alunos não se adapta a metodologias tradicionais, com mera transmissão de conhecimentos. Estes alunos possuem um perfil em que se veem como **principais responsáveis pela construção** do próprio conhecimento e segundo Renzulli deverão ser produtores de novos conhecimentos ao invés de meros consumidores de informações existentes (RENZULLI, 1986).

Nesse sentido, elaboramos nossa proposta com procedimentos metodológicos não rígidos, buscando uma mescla de metodologias para trabalharmos de forma dinâmica com diferentes recursos e tecnologias. Foi elaborada uma apostila para ser trabalhada em forma de oficinas em 10 encontros. O tema central da apostila são os Caleidoscópios, aparelhos ópticos utilizados para obter imagens refletidas a partir de espelhos inclinados e que nos permitem explorar vários conceitos da Geometria.

Para chegarmos na confecção dos caleidoscópios cada oficina vem com a proposta de um novo tema matemático para ser trabalhado, alternando metodologias e recursos para tornar cada oficina atrativa e motivadora para os alunos. Nas imagens abaixo apresentamos uma síntese de alguns dos encontros já realizados.

Figura 2: Isometrias no Geogebra

Na figura 1 a oficina envolvia a construção de figuras isométricas com o software Geogebra. Os alunos puderam explorar transformações geométricas no plano como: rotação, translação, reflexão, translação refletida ou reflexão transladada, entre outras.

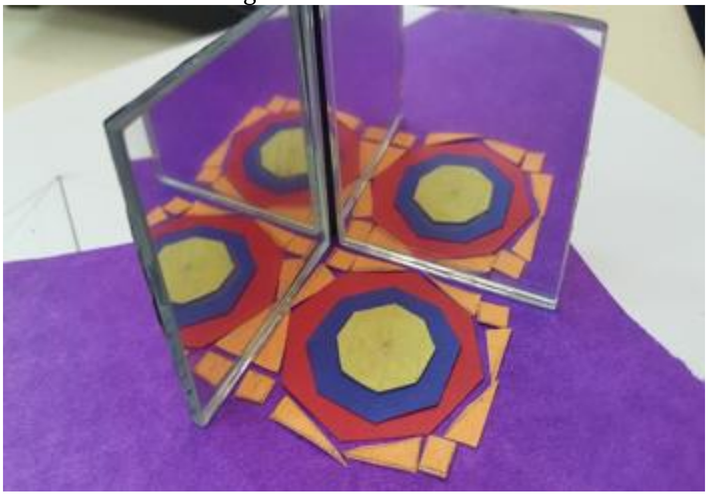
Figura 2: Construções geométricas

As construções geométricas são essenciais para fornecer embasamento para a construção do caleidoscópio que será o produto final do projeto e para o reconhecimento das imagens que podem ser formadas. Na figura 2 os alunos constroem com régua e compasso polígonos regulares inscritos numa circunferência, polígonos estrelados e falsas estrelas.

Figura 3: Caleidoscópio diédrico para encontrar polígonos

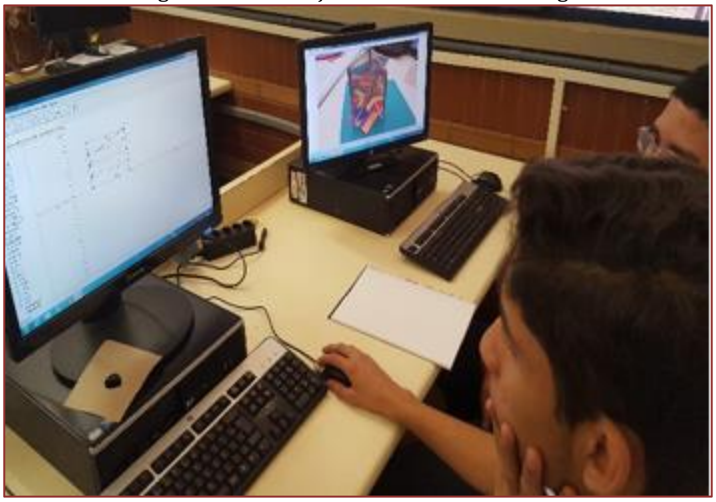
O caleidoscópio diédrico foi o primeiro modelo de caleidoscópio apresentado e explorado (Figura 3). Nesta oficina os alunos usaram os conhecimentos dos polígonos estudados e agora com o caleidoscópio diédrico o desafio foi encontrar o maior número de polígonos posicionando o caleidoscópio sobre o transferidor. Cada dupla fez o registro dos polígonos encontrados e o respectivo ângulo de abertura do caleidoscópio.

Figura 4: Mosaicos



Com o conhecimento dos polígonos e das transformações geométricas no plano, os alunos fizeram mosaicos compostos pelos polígonos e refletidos através do caleidoscópio diédrico. (Figura 4).

Figura 5: Construção de mosaicos no Geogebra



Com mosaicos produzidos a partir de polígonos e suas imagens refletidas através do caleidoscópio diédrico, nesta oficina a proposta foi reproduzir os mosaicos no Geogebra (Figura 5). A dificuldade consistia em identificar os polígonos que compõe o mosaico bem como as transformações geométricas necessárias para representar o mosaico.

A preocupação com metodologias e recursos didáticos diversificados buscou proporcionar atividades motivadoras para estimular o "Envolvimento com a Tarefa" bem como a "Criatividade", características fundamentais na concepção de superdotação de Renzulli. Na sua concepção de superdotação, Renzulli apresenta a Teoria dos Três Anéis (Renzulli e Reis, 1997), onde define a superdotação como o conjunto das características:

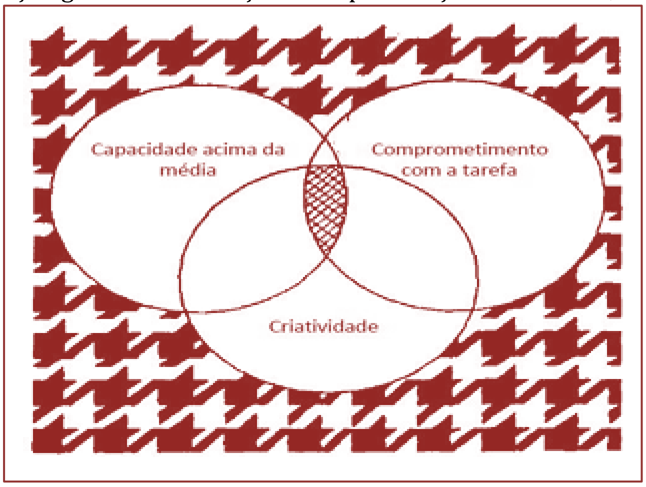
- Altas habilidades: representam o potencial de desempenho representativamente superior, em torno de 15 a 20%, podendo se manifestar através de habilidades gerais ou habilidades específicas em alguma área do conhecimento.

- Criatividade: originalidade de pensamento, abertura à novas experiências, curiosidade, sensibilidade a detalhes e características estéticas bem como saber agir e reagir a estímulos externos e a seus próprios sentimentos.

- Envolvimento com a tarefa: está relacionada a uma energia colocada em ação em uma determinada tarefa. Pode ser entendida como a persistência, dedicação e trabalho árduo dedicado à tarefa.

A definição de Renzulli (1986, p. 6) permite entender que as pessoas que apresentam o comportamento de superdotação são aquelas que "*[...] possuem ou são capazes de desenvolver este conjunto de traços*". Em sua representação gráfica da intersecção dos três círculos - Diagrama de Venn – o autor pretende transmitir a ideia da interação, do movimento, da mudança e energia contínua e não um estado fixo e estático. A importância e influência dos estímulos do ambiente são representados por um plano de fundo em um padrão xadrez. A intersecção dos três anéis com a interação entre os fatores ambientais é que favorecem o aparecimento da superdotação (Figura 6).

Figura 6: Representação gráfica da definição de superdotação de Renzulli, Teoria dos Três Anéis



Fonte: RENZULLI, 2002, p. (71).

Como Renzulli, acreditamos na importância e influência dos estímulos do ambiente, reconhecendo que experiências enriquecedoras podem contribuir para o desenvolvimento da criatividade e assim despertar ainda mais envolvimento com a tarefa levando o aluno a manifestar comportamentos de superdotação. Esta pesquisa pretende realizar análises futuras fundamentadas na Teoria dos Três Anéis de Renzulli para verificar se contribuímos com a manifestação das AH/SD em Matemática com nossas atividades propostas. Destacamos também que nosso objetivo não está relacionado à rotulação do indivíduo como sendo superdotado ou não, mas sim contribuir com reflexões e sugestões para professores repensarem suas práticas pedagógicas direcionando-as para que possam atender as necessidades e interesses educacionais do público das AH/SD em Matemática.

REFERÊNCIAS

[1] Anjos, I. R. S. dos, Dotação e Talento: Concepções reveladas em dissertações e teses no Brasil. 2011. 190 f. Tese (Doutorado em Educação Especial) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2011.

[2] Araújo, M. R. de. Identificação e encaminhamento de alunos com indicadores de altas habilidades/superdotação na escola pública do município de Fortaleza: proposta para a atuação de professores do atendimento educacional especializado. 2011. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

[3] Araujo, M. R. de. Avaliação e intervenção pedagógica para alunos com indicadores de altas habilidades/superdotação na perspectiva da educação inclusiva. 2014. 269 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

[4] Batista, S. L. Uma experiência com estudante do ensino fundamental com indícios de AH/SD: contribuições das tecnologias computacionais para o enriquecimento do processo de ensino e aprendizagem. 2011. 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

[5] Carneiro, L. B. Características e avaliação de programas brasileiros de atendimento educacional ao superdotado. 2015. 193 f. Tese (Doutorado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde) - Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2015.

[6] Coelho, A. A. da S. O modelo de enriquecimento escolar de Joseph Renzulli e o atendimento educacional especializado ao estudante com altas habilidades/superdotação: percepções docentes. 2015. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2015.

[7] Daniel, C. The identification of mathematical ability and of factors significant in its nurture. 2006. Department of Mathematics & Statistics - University of Otago, Nova Zelândia, 2006.

[8] Delou, C. M. C. Sucesso e fracasso escolar de alunos considerados superdotados: um estudo sobre a trajetória escolar de alunos que receberam atendimento em salas de recursos de escolas da rede pública de ensino. 2001. 238 f. Tese (Doutorado em Educação: História, Política e Sociedade) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

[9] Dimitriadis, C. Developing mathematical giftedness within primary schools : a study of strategies for educating children who are gifted in mathematics. 2010. Student thesis - Brunel University, Inglaterra, 2010.

[10] Erasmos, C. The impact of enrichment programs on the performance of gifted science learners. 2013. 209 f. University of South Africa, África, 2013.

[11] Freiman, V. Identification and fostering of mathematically gifted children at the elementary school. 2003. 165 f. Dissertation – Department of Mathematics and Statistics. Concordia University, Montreal, 2003.

[12] Hansson, M. Underpresterande elever med hög potential: Särbegåvning och särskilda förmågor i matematik. 2014. 35 f. Student thesis - School of Science and Technology, Örebro University, Sweden, 2014.

[13] Hui-Kuo, S. The Study on Parents' Recognition and Facilitation to Their Children's Mathematical Giftedness. China, 2011.

[14] Jelinek, K. R. A produção do sujeito de altas habilidades: os jogos de poder-linguagem nas práticas de seleção e enriquecimento educativo. 2013. 214 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

[15] Johansson, J. Särskilt begåvade elever inom matematik: En kvalitativ studie om hur lärare beskriver sina kunskaper om särskilt begåvade elever och sin matematikundervisning med dessa elever i årskurs 1-3. 2016. 55 f. Student thesis - Department of Language, Literature and Intercultural Studies, Karlstad University, Karlstad, 2016.

[16] Kotsiras, A. The effects of acceleration on students' achievement in senior secondary mathematics: a multilevel modelling approach. 2007. 189f. Masters Research thesis, Faculty of Education, The University of Melbourne, Austrália, 2007.

[17] Machado, J. M. Habilidades cognitivas e metacognitivas do aluno com altas habilidades/superdotação na resolução de problemas em Matemática. 2013. 209 f. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

[18] Magalhães, M. G. M. S. de. Programa de atendimento ao superdotado da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (1991 – 2002): Inclusão social ou tergiversação burocrática?. 2006. 394 f. Tese (Doutorado em Sociologia) – Departamento de Sociologia, Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2006.

[19] Martins, B. A. Alunos precoces com indicadores de altas habilidades/superdotação no Ensino Fundamental I: identificação e situações (des) favorecedoras em sala de aula. 2013. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 2013.

[20] Osowski, C, I. Os chamados superdotados: a produção de uma categoria social na sociedade capitalista. 1989. 248 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

[21] Pérez, S. G. P. B. Ser ou não ser, eis a questão: o processo de construção da identidade na pessoa com altas habilidades/superdotação adulta. 2008. 230 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

[22] Pinto, R. R. M. Aceleração de ensino na educação infantil: percepção de alunos superdotados, mães e professores. 2012. 153 f. Tese (Doutorado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde) – Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Brasília, Brasília, 2012.

[23] Pérez, S. G. P. B.; Freitas, S. N. Estado do conhecimento na área de altas habilidades/superdotação no Brasil: uma análise das últimas décadas. In: 32a reunião anual da Anped, 2009, Caxambu. 32a reunião anual da ANPED, 2009. Disponível em: <http://32reuniao.anped.org.br/arquivos/trabalhos/GT15-5514--Int.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2016.

[24] Reis, H. M. M. de S. Educação Inclusiva é para todos? A (falta de) formação docente para Altas habilidades/Superdotação no Brasil. 2006. 266 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

[25] Renzulli, J. S. The three-ring conception of giftedness: A developmental model for creative productivity. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), Conceptions of giftedness (pp. 53-92). New York: Cambridge University Press, 1986.

[26] Renzulli, J. S. O que é esta coisa chamada superdotação e como a desenvolvemos? Retrospectiva de vinte e cinco anos. Revista Educação. Porto Alegre, ano 27, n. 1, jan./abr. 2004. pp. 75- 134.

[27] Renzulli, J. S.; Reis, S. M. The schoolwide enrichment model. 2. ed. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press, 1997.

[28] Renzulli, J. S. Expanding the Conception of Giftedness to Include Co-Cognitive Traits and to Promote Social Capital. Phi Delta Kappan, 84(1), p. 33-58, 2002.

[29] Romlin, H., Leek E. När elever visar matematisk begåvning: En kvalitativ studie om undervisande pedagogers synsätt beträffande matematiskt begåvade elever i grundskolans tidigare år. 2016. 49 f. Student thesis - Department of Mathematics Education, Linnaeus University, Swedish, 2016.

[30] Rosa, E. A. C. Professores que ensinam matemática e a inclusão escolar: algumas apreensões. 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

[31] Rundblad, E. Skolors arbete med matematiskt begåvade elever: En intervjustudie med fokus på rektorer för grundskolans tidiga åldrar. 2015. 41 f. Student thesis - School of Science and Technology, Örebro University, Sweden, 2015.

[32] Silva, I. da. Talento acadêmico e desenvolvimento escolar: A importância da motivação no contexto educacional. 2009. 102 f. Mestrado (Dissertação em Psicologia) - Universidade Salgado de Oliveira, Niterói, 2009.

[33] Tsuboi, M. da P. P. Um percurso nacional - 20 anos de estudos sobre altas habilidades/superdotação: a contribuição discente dos programas de Pós-Graduação. 2002. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

[34] Zavitoski, P. Superdotação E Criatividade: análise de dissertações e teses brasileiras. 2015. 66 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia do desenvolvimento e aprendizagem) – Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Bauru, 2015

Capítulo 13

Educação de surdos e o contexto tecnológico: Uma experiência com bolsista do projeto Picmel

Rozelaine de Fátima Franzin
Liciara Daiane Zwan

Resumo: Este artigo apresenta uma breve explanação sobre a inclusão, contexto histórico, assim como a comunicação e interação de ouvintes com os surdos, métodos de ensino e aprendizagem desses alunos. Tem como objetivo inserir o bolsista do ensino médio na pesquisa científica, elaborar, materiais didáticos pedagógicos de Matemática para alunos surdos. Levantamento e desenvolvimento de materiais inclusivos para apoio nas aulas de matemática do Ensino Médio, com o uso de Libras e recursos tecnológicos como a lousa digital e o *software GeoGebra.* Os conteúdos matemáticos foram planejados e organizados usando Libras, visando maior assimilação e compreensão dos alunos surdos. Ressalta-se a importância da inserção de novas tecnologias acessíveis a inclusão e, que possam promover condições de acesso e qualidade quanto às necessidades dos alunos, em especial aos surdos, a uma formação com mais autonomia e independência.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho descreve uma pesquisa do grupo de alunos bolsistas do projeto PICMEL da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Campus Santo Ângelo. Contou com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq e da Fundação de Apoio a Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul-Fapergs, em parceria com o Instituto Estadual de Educação Odão Felippe Pippi, tendo como foco principal a inserção do bolsista do ensino médio na pesquisa científica e elaborar materiais didáticos pedagógicos de matemática para surdos.

Foram realizados estudos sobre a inclusão, com uma breve explanação sobre o contexto histórico, legal e cultural da surdez. Também aborda o ensino aprendizagem dos alunos surdos, formas de assimilações de conteúdos matemáticos e as suas dificuldades, tanto para o aluno aprender, quanto para o professor ensinar. Um questionário foi aplicado ao grupo de professores de matemática da escola parceira, para coletar possíveis problemas e inquietações do grupo de docentes em relação aos alunos surdos.

Foi realizado levantamento e desenvolvimento de materiais inclusivos existentes para apoio nas aulas de matemática da educação básica, mais especificamente no Ensino Médio e desenvolvida atividades com o auxílio de Libras e por meio de recursos tecnológicos abordagem da temática e demonstração do material adaptado pelo grupo de pesquisadores, além da discussão dos resultados.

2. EDUCAÇÃO INCLUSIVA

Nas últimas décadas têm-se oferecido políticas públicas no que se refere a inclusão de alunos na Rede Regular de Ensino. Políticas públicas voltadas a sujeitos com necessidades especiais, como os surdos, estão surgindo, mas ainda muito tímidas em relação a sua urgência.

Segundo Lázari

> com a primeira LDB (Lei 4024/61) se deu ênfase na educação como direito de todos e de recomendar a integração da educação especial ao sistema nacional de educação. Já a Lei 5692/71 que alterou a referida Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional também reafirmou a necessidade de se conferir um tratamento adequado aos alunos com necessidades especiais (2014).

Já com a Constituição de 1988 em seu artigo 208, determinou ser dever do Estado, o atendimento educacional especializado, aos portadores de deficiência, na rede regular de ensino.

Ainda a autora afirma que

> Com LDBEN (9394/96) é que a educação especial passa a ser objeto de muitos debates, principalmente no que se refere ao seu artigo 58 onde conta que "essa modalidade de educação deve ser oferecida, preferencialmente, na rede regular de ensino para os alunos portadores de necessidades especiais". Recomenda também que deve contar com: apoio especializado, para o atendimento adequado aos alunos especiais e classes, escolas ou serviços especializados quando, não for possível, a inclusão em classes regulares.

Para atender as novas leis ditadas pela LDB, procurou-se inserir em 2002 oficialmente LIBRAS no contexto educacional, reacendendo novos debates, por parte dos surdos e profissionais da educação, que não se sentiam realmente incluídos no sistema educacional, pois muitos profissionais ainda não a entendiam e não a entendem como uma linguagem, o que acaba influenciando de maneira negativa no processo de integração social do surdo (LÁZARI, 2014 apud DIZEU e CAPORALI, 2005).

A ideia de inclusão é vista ainda de forma tímida, mas por outro lado, a inclusão de alunos "deficientes" juntamente com alunos "normais" está cada vez mais presente no contexto educacional ignorando o fato de que apesar da aproximação física o aluno surdo é afastado pela restrição de comunicação vez que, os alunos não surdos possuem apenas o conhecimento da língua oral e a eles não são oferecidos o ensinamento de Libras (LÁZARI, 2014 apud SÁ, 2006).

Os sistemas educacionais, tanto da Educação Básica quanto superior estão tentando se adequar às diretrizes de bases da educação, mas o que se observa é que essa temática anda a passos lentos. Falta ainda práticas que realmente venham a incluir os alunos surdos no contexto escolar e social.

Segundo Gil (2008)

> [...] para a realização de práticas inclusivas de sucesso nas escolas com alunos com necessidades educacionais especiais, é necessário realizar processos de inserção desses alunos e alunas, no sentido de que a sua integração nas escolas regulares seja feita de forma a eliminar todas as barreiras que impeçam a sua aprendizagem e a sua participação ativa em todos os processos educacionais que levem à sua formação para a cidadania. (GIL, 2008).

A sociedade sofre transformações constantes nos mais variados contextos, e dentro destes, o educacional. Muitos debates foram desencadeados em torno das propostas sobre a educação inclusiva, ao longo do tempo estes conceitos ganham ênfase, dando grande destaque para as políticas públicas sobre os direitos das pessoas surdas, as quais possuem sua própria cultura e língua. Conforme estabelecido pela lei 10436, em seu art. 1º, que reconhece a Língua Brasileira de Sinais-Libras como meio de comunicação dos surdos.

> Art. 1º É reconhecida como meio legal de comunicação e expressão a Língua Brasileira de Sinais - Libras e outros recursos de expressão a ela associados.
>
> Parágrafo único. Entende-se como Língua Brasileira de Sinais - Libras a forma de comunicação e expressão, em que o sistema linguístico de natureza visual-motora, com estrutura gramatical própria, constituem um sistema linguístico de transmissão de ideias e fatos, oriundos de comunidades de pessoas surdas do Brasil (2002).

Para que se tenha um sistema educacional inclusivo, parte- se do princípio, que todos são iguais e podem aprender, sendo a educação um direito de todos, conforme descrito nos artigos 5º e 6º da Constituição Federal de 1988, bem como nas demais leis que amparam esses alunos. Para que se respeite e reconheça as inúmeras diferenças, é preciso primeiramente reorganizar as concepções, o modo de pensar e agir das pessoas.

Segundo a Resolução CNE/CEB nº 2, é dever da escola adequar-se de modo que possa garantir ao aluno uma educação com qualidade. A descrição dessa diretriz está nos seus artigos.

> Art. 2º Os sistemas de ensino devem matricular todos os alunos, cabendo às escolas organizar-se para o atendimento aos educandos com necessidades educacionais especiais, assegurando as condições necessárias para uma educação de qualidade para todos.
>
> Parágrafo único. Os sistemas de ensino devem constituir e fazer funcionar um setor responsável pela educação especial, dotado de recursos humanos, materiais e financeiros que viabilizem e deem sustentação ao processo de construção da educação inclusiva. (RESOLUÇÃO CNE/CEB nº 2, 2001, p.1).

3. A EDUCAÇÃO DE SURDOS

Num primeiro momento para a escola, além do desafio de incluir esses alunos vem à preocupação também quanto ao ensino dos mesmos. Para que se tenha uma aprendizagem significativa, precisa- se inicialmente de uma língua, ou seja, conseguir se comunicar com o aluno. No caso da surdez, sua comunicação e aprendizagem acontecem de modo totalmente visual, por meio da língua de sinas, que conforme afirma Gesser (2009), a maioria dos professores não está adequadamente preparada para esta realidade de inclusão.

Segundo Santos (2012) as informações chegam aos alunos surdos mediados principalmente pelo canal visual, sendo este, também o canal utilizado para sua comunicação por meio de Libras. Por esse motivo é importante que atividades sejam elaboradas com a intenção de otimizar esta característica do sujeito surdo, permitindo com que o mesmo também faça o uso da língua preferida por ele, para explicar seu raciocínio.

Para ensinar, os professores precisam conhecer as principais características de seu público alvo, sendo eles alunos ouvintes ou surdos e a partir disso, organizar suas aulas dentro do contexto e da realidade destes, adotando metodologias e estratégias, adequadas e significativas para eles.

De nada adianta usar uma metodologia diferenciada, se você não se comunica com aquele com quem você se destina a ensinar. A comunicação é o principal caminho para a aprendizagem, e para se estabelecer a comunicação é necessária a reflexão. Só o professor que de fato reflete, pode pensar numa melhor maneira de se comunicar com o seu aluno para que ele possa aprender. Só o professor que reflete pode aliar seus saberes para proporcionar uma melhor educação. (Miranda; Miranda, 2011).

4. INFORMÁTICA E A INCLUSÃO DE ALUNOS SURDOS

E nessa reflexão surge a área tecnológica como aliada na inclusão. Grandes avanços e investimentos em tecnologias tornam o ensino de alunos surdos mais dinâmicos e fáceis, pois tanto ouvintes como surdos utilizam computadores, *smartphones*, *tablets, netbook*, para se comunicarem com grupos e redes sociais, como por exemplo, *facebook, Watshapp,* entre outros.

No campo educacional a tecnologia também desempenha grande importância, pois são usados alguns *softwares* que auxiliam no ensino dos surdos como exemplo os matemáticos, mencionamos o *GeoGebra*, também o *SignWriting,* que é um sistema de escrita para língua de sinais. Esse, por sua vez, expressa as configurações de mãos, os movimentos, as expressões faciais e os pontos de articulação da língua de sinais e também o dicionário de Libras, os tradutores eletrônicos de Libras, que são ferramentas muito importantes, auxiliando no aprendizado destes. Para os surdos o uso destas tecnologias é um fator que vem possibilitar a inclusão em muitas atividades de vida social e educacional, que anteriormente não eram possíveis, mas que visam minimizar as barreiras da comunicação entre os surdos e ouvintes.

Em relação aos conteúdos matemáticos, sabe-se que são muitas as dificuldades apresentadas pelos alunos nos mais variados níveis escolares, mas principalmente os surdos demonstram problemas de assimilação destes conhecimentos, pois geralmente as aulas de matemáticas são desenvolvidas de modo tradicional, onde basicamente, usa- se, o giz, quadro negro, o livro didático, e aula quase na sua totalidade expositiva dialogada.

5. DESCRIÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Para o presente estudo foram realizadas pesquisas na internet, livros didáticos, leituras de artigos científicos, e constatados que são poucos os materiais adaptados para o ensino de alunos surdos, no ensino fundamental. Porém, este é mais grave em relação ao Ensino Médio, pois quase não se tem materiais específicos para esse nível de ensino.

Diante desta problemática foram propostas e desenvolvidas, por meio de recursos tecnológicos, como computadores com acesso a internet, *softwares* matemáticos, aplicativos para celulares, jogos envolvendo os conteúdos trabalhados, lousa digital, câmeras fotográficas e filmadoras. Algumas adaptações de materiais e conteúdos, utilizados no ensino médio, como por exemplo, o teorema de Pitágoras e trigonometria, apontados pelos professores, por meio de questionário aplicado na escola, como sendo alguns dos principais assuntos que encontram dificuldades em ensinar aos alunos surdos.

Durante os trabalhos os bolsistas tiveram um processo de inclusão, se adaptando a socialização e a convivência com o bolsista surdo, compreendendo suas diferenças e anseios, entendendo que somos iguais, porém nossa comunicação ocorre de modo diferente, devendo sempre ser respeitados.

Procurou-se por meio dessa interação o envolvimento de todos os bolsistas na elaboração de vídeos usando Libras, também foi utilizado recursos tecnológicos, como a lousa digital, o *software* GeoGebra, planilhas de *Excel*, jogos online, figuras com diversas cores. Para que se pudesse utilizar a lousa digital, contamos com o auxilio da professora de informática da escola parceira, que explicou os recursos e os benefícios desta ferramenta, oportunizando para os alunos a interação com a mesma.

Levantamentos apontam os benefícios da lousa no ensino aprendizagem, por se tratar de tecnologia que traz consigo grandes recursos e possibilidades de interação na área educacional. Geralmente são compostas, por uma tela conectada a um computador, interligada a um projetor multimídia, esta tela é sensível ao toque, pode ser manipulada com a utilização de uma caneta específica, ou podem usar seus próprios dedos, suas funções são execução de programas, abrir ou fechar, realizar tarefas, fazer desenhos, entre outras funções.

Com a utilização da lousa, foi organizado o teorema de Pitágoras. Primeiramente fez- se necessário o estudo do conceito, posteriormente teve-se a preocupação de como explicar para o aluno surdo, sendo realizadas pesquisas dos sinais existentes relacionados aos termos específicos, como os catetos oposto e adjacentes e a hipotenusa, porém nada foi encontrado, sendo feitas adequações destes, juntamente com o bolsista surdo. Ficou combinado com o aluno surdo que se usaria a letra C, do alfabeto em libras para referir-se aos catetos, e o h para a hipotenusa. Consultaram dicionário online de Libras, disponíveis na internet, assim como o minidicionário ilustrado elaborado pela Federação de Articulação e Desenvolvimento de Políticas Públicas-FADERS, 2010 para PcD e PcAH no Rio Grande do Sul e organizou-se a explicação do conceito usando imagens em libras, conforme a figura 01.

Figura 01: Conceito de Teorema de Pitágoras em Libras.

Fonte: Autores.

Produziram-se materiais concretos, nos quais foram utilizadas cores para que "chamasse" a atenção dos alunos principalmente dos surdos, pois conforme pesquisa realizada foi verificada que as cores auxiliam no aprendizado.

Usando os recursos disponíveis, o grupo fez a apresentação para o bolsista surdo, para verificar sua compreensão em relação ao material e verificar se precisaria ser feita correções. Segundo o bolsista, estava bom, conseguiu compreender com clareza a explicação, relatou que as imagens juntamente com as cores são muito importantes, pois despertam sua atenção. Também um vídeo encontrado no *youtube*, que demonstra este teorema, foi usado e posteriormente desenvolvidas algumas atividades de fixação, finalizando com um jogo interativo.

Durante o desenvolvimento das atividades, algumas imagens conforme apresentadas na figura 02, o aluno surdo interagindo com a lousa, momento em que se mostrava satisfeito.

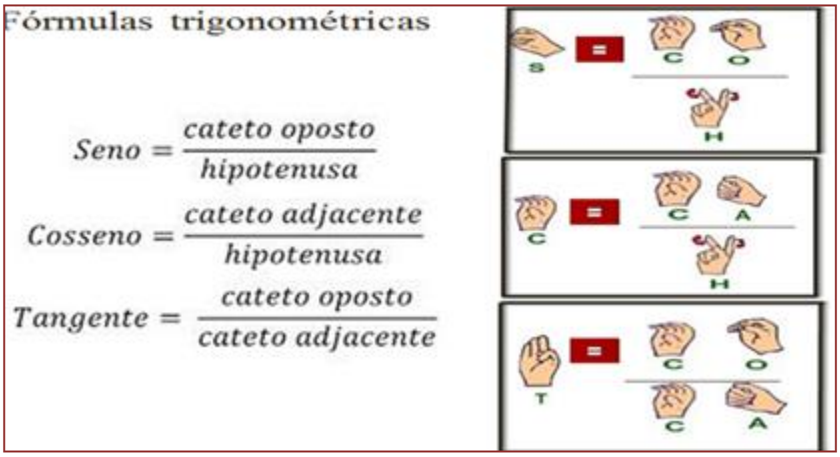
Figura 02: Desenvolvimento de atividades.

Fonte: Autores.

Observa-se que o aluno bolsista interage com a lousa digital durante a execução do trabalho, desenvolvendo o teorema de Pitágoras.

Na figura 03, descrição das fórmulas trigonométricas em libras.

Figura 03: Fórmulas trigonométricas em libras.



Fonte: Autores.

Organização das fórmulas trigonométricas, usando imagens do alfabeto em libras, e recursos tecnológicos.

Os exemplos citados e mostrados nas figuras 1, 2 e 3 é uma parte do que foi desenvolvido no decorrer do projeto. Falta apresentar para o grupo de professores de matemática da escola parceira, para que sejam analisados, quanto a sua eficiência e eficácia. Também em seus objetivos, quais seriam as contribuições para a utilização dos professores em suas aulas, se estariam dentro do contexto proposto, se a metodologia adotada está adequada, quais seriam suas opiniões em relação ao material. Ainda, seria possível uma aprendizagem adequada? Estes questionamentos serão levantados pelo grupo de pesquisadores, para os professores participantes das oficinas, que serão organizadas quando da finalização da proposta do projeto. Até a presente data, não se tem a avaliação do material, pois conforme salientado, o trabalho está em andamento, com prazo de encerramento previsto para o mês de maio do corrente ano.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O material desenvolvido é básico e em pequena quantidade, contemplando apenas alguns assuntos, porém é o início de um processo que poderá trazer benefícios as aulas de matemática no Ensino Médio, sendo seu uso viável tanto para os professores, como também para os surdos.

O grupo de pesquisadores envolveu-se no trabalho, com grande esmero e dedicação, visando sempre à obtenção dos objetivos propostos, dando grande destaque a opinião do bolsista surdo, sendo este, nosso avaliador, relatando suas aprendizagens, modo de compreensão do material, clareza na explicação e qualidade dos mesmos.

Diante da atualidade, percebe-se que ainda tem- se um longo caminho a ser percorrido em relação à inclusão de alunos surdos. Apesar de muitas reflexões e preocupações de professores e da comunidade escolar envolvida neste processo, no que se refere à qualidade de ensino voltada para os alunos surdos, ainda a grande maioria destes profissionais desconhece técnicas e métodos de trabalhos para serem desenvolvidos em sua disciplina. Relacionar seus conteúdos com Libras não é fácil para os professores, pois não tiveram participação em cursos de formação, ou tiveram um contato superficial e básico com a mesma, além da questão da comunicação ser um tanto quanto restrita.

Os resultados, a avaliação e a discussão sobre os materiais construídos, ainda estão em processo de finalização. Já possuímos alguns resultados referente a aplicabilidade do material levantado durante o transcorrer do projeto, que é avaliação do bolsista surdo relatando sua aprendizagem dos conteúdos explicados a ele por meio de materiais didáticos adaptados, usando-se de recursos tecnológicos, como a lousa digital.

7. AGRADECIMENTOS

Aos alunos bolsistas João Marcos Barichello[10], Leonardo da Silva Gayer[11], Amanda dos Santos Jacques[12], Bruna Borges de Oliveira[13], Leandro Zorzo[5] e a professora bolsista Morgana Callegaro[6], Liciara Daiane Zwan[7] ,que participaram das pesquisas. Ao Cnpq e a Fapergs pelo apoio financeiro com equipamentos e bolsas. Também a escola da Rede Pública Estadual - I.E. E Odão Felippe Pippi, pela parceria.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Disponível em:<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm.>. Acessado em: 07 mar. 2015.

[2] Brasil. Resolução Cne/Ceb Nº 2, de 11 de setembro de 2001. Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf>. Acesso em: 07 mar. 2015.

[3] Brasil. Lei nº 10436de 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais- Libras e da outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/l10436.htm> Acesso em: 08 mar.2015.

[4] Dizeu, Liliane Correia Toscano de Brito; Caporali, Sueli Aparecida. a língua de sinais constituindo o surdo como sujeito. 2005. Disponível em http://www.cedes.unicamp.br, acessado em 03 de junho de 2014.

[5] Faders, Fundação de Articulação e Desenvolvimento de Políticas Públicas para Pessoas com Deficiência e Altas Habilidades no Rio Grande do Sul. Serviço de Ajudas Técnicas- Mini Dicionário. Porto Alegre. 2010. Disponível em:<www.faders.rs.gov.br/uploads/Dicionario_Libras_CAS_Faders1.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2015.

[6] Gesser, Audrei. Libras? Que Língua é Essa?: Crenças e Preconceitos em Torno da Língua de Sinais e da Realidade Surda. São Paulo: Editora Parábola, 2009.

[7] Gil, Rita Sidmar Alencar. Educação matemática dos surdos: um estudo das necessidades formativas dos professores que ensinam conceitos matemáticos no contexto de educação de deficientes auditivos em Belém do Pará. Rita Sidmar Alencar Gil, orientador Prof. Dr. João dos Santos Protázio. –Belém, 2008.

[8] Lázari, Marli Raquel Assunção de Oliveira. Política de Educação Especial: Um estudo sobre a inclusão do aluno surdo no ensino regulação dos PCNs de Língua Portuguesa. Disponível em < http://meuartigo.brasilescola.com/educacao/politica-educacao-especial-um-estudo-sobre-inclusao.htm>, acessado em 03 de junho de 2014.

[9] Miranda, Crispim Joaquim de Almeida; Miranda, Tatiana Lopes de. O Ensino de Matemática para Alunos Surdos: Quais os desafios que o professor enfrenta? Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 06, n. 1, p.31-46, 2011. Disponível em:<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/10.5007-1981-1322.2011v6n1p31/21261>. Acesso em: 15 mar. 2105.

[10] Sá, N. R. L. Cultura, poder e educação de surdos. São Paulo: Paulinas, 2006.

[11] Santos, Heliel Ferreira dos. Simetria e Reflexão: Investigações em uma Escola Inclusiva. São Paulo, 2012. Disponível em:<http://www.matematicainclusiva.net.br/pdf/Heliel%20Ferreira%20dos%20Santos.pdf>Acesso em: 15 mar. 2015.

Capítulo 14

Atividades baseadas em categorias do cotidiano na formação de professores de matemática

Claudia Laus Angelo
Lidiane Schimitz Lopes
Lucas Freitas de Oliveira
Sonia Maria da Silva Junqueira

Resumo: Neste trabalho apresentamos parte de uma pesquisa qualitativa que está sendo realizada com professores que ensinam matemática na Educação Básica, alunos de Licenciaturas em Matemática e Professores Universitários que atuam nesses cursos de graduação. Tais profissionais constituíram grupos de trabalho em cinco cidades do Brasil para conversar, discutir, aprender e problematizar atividades que envolvem categorias do cotidiano, no âmbito do projeto O uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, contemplado no Edital CNPq – Projeto Universal, chamada 2014. Nosso objetivo é fazer uma leitura de processos de produção de significados, postos em movimento durante a discussão de uma dessas atividades no grupo de trabalho do Polo Bagé (RS), no segundo semestre de 2015. A partir de nossa leitura, apresentaremos nossa compreensão acerca da utilização de categorias do cotidiano na formação de professores de Matemática.

Palavras-chave: Estranhamento; descentramento; categorias do cotidiano; formação de professores.

*Esse artigo foi publicado nos anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática.

1.INTRODUÇÃO

O projeto *O uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática* foi pensado a partir dos estudos de Oliveira (2011, 2012a, 2012b) e tem como principal objetivo investigar o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática em espaços formativos nos quais são problematizadas atividades que envolvem categorias do cotidiano.

O uso dessas categorias

> [(...) toma como diretriz a necessidade de realizar a formação e o desenvolvimento do professor a partir de categorias que ele pode compartilhar com seus alunos e alunas, de modo que ao invés de se formar dentro de certas categorias, para depois ter que investir no que alguns autores chamam de "recontextualização" — o que, inclusive, exige uma competência profissional específica e complexa —, sua formação já se dê *a partir do contexto das categorias "da vida cotidiana"*, de modo que a "recontextualização" aconteça do natural (o cotidiano) para o não-natural (o matemático). Assim, a passagem aos modos de produção de significados da Matemática do matemático se dá como *ampliação de entendimento*, e não como "verdadeira essência do que se diz na rua", nem substituição do "intuitivo" pelo "matemático" (LINS, 2006, p. 7 *apud* VIOLA DOS SANTOS, 2014, p. 05).

Sendo assim, a utilização de atividades que envolvem categorias do cotidiano, permite que se parta de uma situação da vida cotidiana e, a partir da exploração dela, processos de produção de significados (LINS, 1999), matemáticos ou não, entrem em movimento e possam ser ampliados. Diferentemente do que muitas vezes ocorre na sala de aula, onde se parte do conhecimento matemático e se procura alguma situação que possa contextualizar esse conhecimento.

Oliveira (2011) analisou um dos módulos do curso de extensão *Espaço, Aritmética, Álgebra e Tomada de decisão: um curso de desenvolvimento profissional para professores de Matemática*, realizado em 2010, buscando entender como aconteceu um processo de formação profissional fundamentado em uma categoria do cotidiano, chamada *tomada de decisão*. O diferencial desse módulo do curso esteve exatamente na utilização de uma categoria do cotidiano para direcionar a sua formulação e o seu desenvolvimento. No seu desenrolar apareceram ideias matemáticas a serem discutidas e problematizadas, mas no centro desse cenário não estava mais, como único protagonista, o conhecimento matemático (VIOLA DOS SANTOS, 2014, p. 05).

> Na análise das atividades realizadas naquele curso, observou-se que a centralidade dada a uma categoria do cotidiano não preteriu a um segundo plano a exploração do conteúdo matemático, embora as atividades abordadas, em princípio, não indicassem conteúdos matemáticos a serem tratados. Nessas atividades, a necessidade de se tomar uma decisão a respeito das situações indicadas fazia com que cada um dos professores ou grupos de professores ou toda a turma, juntamente com o professor ministrante de curso, encaminhassem a discussão e, dessa maneira, escolhessem quais ideias – *matemáticas ou não* – seriam mais adequadas para se tratar, para se entender melhor a situação em questão (VIOLA DOS SANTOS, 2014, p.05, grifo nosso).

O que estamos chamando de atividades que envolvem categorias da vida cotidiana são atividades que remetem ao que é corriqueiro no dia a dia de cada pessoa.

No fluxo da vida, o que fazemos em nossas ações mais ordinárias, no acordar, se alimentar, ao nos locomovermos; o que nos orienta em nossos fazeres, digamos, não especializados, do dia-a-dia, da vida cotidiana, não são saberes oriundos de desenvolvimentos ou elaborações científicos. E, relacionadas a esses fazeres não-especializados, estão o que Lins (2006a) chama de *categorias da vida cotidiana* (OLIVEIRA, 2011, p. 35, grifo nosso).

Um exemplo desse tipo de atividade, elaborada pelos pesquisadores do Polo Bagé (RS) em 2015, remete ao setor de Beleza e Perfumaria de um supermercado denominado pelo grupo de SUPERMAT:

Quadro 1: Atividade SUPERMAT – Beleza e Perfumaria

Não se esqueça de visitar o setor de Beleza e Perfumaria, sempre com ótimas promoções para deixá-la ainda mais bonita.
No setor de perfumaria você encontra uma infinidade de produtos (cremes, xampus, condicionadores e outros produtos) para ficar com os cabelos lindos.
Experimente a marca própria do SUPERMAT e surpreenda-se. Os produtos INFINIBEAUTIFUL te deixarão infinitamente mais bonita. Na compra dos três produtos - xampu, condicionador e creme de tratamento - você ganhará uma exclusiva embalagem com 15 ampolas de tratamento.
MAS ATENÇÃO: ISSO SÓ ACONTECE SE A QUANTIDADE DE PRODUTOS COMPRADA FOR IGUAL, OU SEJA, A MESMA QUANTIDADE DE XAMPU, CONDICIONADOR E CREME DE TRATAMENTO.
O problema para alguns clientes é que as embalagens vêm com as seguintes quantidades.
- xampus com 350 ml
- condicionadores com 200 ml
- cremes de tratamento com 280 ml

Quantas embalagens de cada um dos produtos são necessárias para que se possa ganhar um kit de ampolas?
Você compraria essa quantidade de produtos para aproveitar a promoção?
Se você soubesse que a validade dos condicionadores expiraria em três meses, você participaria dessa promoção?

Fonte: Autores.

Nessa atividade, a primeira questão pode ser resolvida determinando-se o mínimo múltiplo comum entre 350, 200 e 280 que é 1400 e dividindo-o por 350, 200 e 280. Assim, teremos, respectivamente, 4 embalagens de xampus, 7 de condicionadores e 5 de cremes de tratamento. Ao saber dessas quantidades, a resposta à segunda questão pode gerar uma discussão se é vantajoso ou não comprar de uma só vez essa quantidade de produtos para ganhar um kit de ampolas. Talvez para famílias grandes ou compras conjuntas e posterior divisão das embalagens de ampolas a compra fosse vantajosa. Mas, se considerarmos a questão da data de validade dos condicionadores, pode ser que a discussão seja em torno de quanto tempo uma embalagem de condicionador dura. Porém, isso depende de vários fatores como número de pessoas que utilizam condicionador, tamanho dos cabelos, clima, entre outros, podendo gerar discussões que vão além de uma simples resposta matemática baseada nos dados que o problema apresenta, mas que fazem parte da tomada de decisão na vida cotidiana.

Outro tipo de atividade que envolve categorias da vida cotidiana, além de propiciar discussões que perpassam significados matemáticos e não matemáticos, possibilita que os participantes vivenciem experiências de estranhamento e descentramento.

Nos próximos itens vamos explorar essas noções, vamos explicitar a metodologia adotada no grupo de trabalho que se reuniu no Polo Bagé em 2015 e vamos fazer uma leitura das discussões que aconteceram no desenvolvimento de uma das atividades propostas nesse grupo de trabalho.

2.SOBRE ESTRANHAMENTO E DESCENTRAMENTO

As ideias de estranhamento e descentramento que vamos utilizar aqui são decorrentes dos estudos de Oliveira (2011, 2012a, 2012b). O *estranhamento* acontece ao nos depararmos com noções que contrariam o senso comum e o *descentramento* "(...) passa pelo esforço de tornar-se sensível ao estranhamento do outro, de entender do que o outro fala, almejando que modos de produção de significados sejam compartilhados, que se crie um espaço comunicativo" (OLIVEIRA, 2012a, p. 207).

A inspiração para a elaboração de atividades que propiciem experiências de estranhamento e descentramento pelos pesquisadores do Polo Bagé foi uma das atividades propostas no módulo *Tomada de Decisão* do curso de extensão já mencionado, analisado por Oliveira (2011, 2012a, 2012b), e que traz o seguinte enunciado: "Um sorteio: cada participante deve escolher um número qualquer entre 0 e 1 (inclusive). Um número entre 0 e 1 (inclusive) vai ser sorteado. Se for o seu, você ganha. Façam uma lista de comentários quaisquer sobre esta "loteria"" (OLIVEIRA, 2012a, p. 202).

Essa atividade provocou experiências de estranhamento nos professores participantes do curso de extensão[14], pois os mesmos não concebiam como seria possível realizar um sorteio num conjunto infinito de números. Um deles, de pseudônimo Túlio, comentou: "(...) a primeira pergunta é como vai ser realizado esse sorteio. Eu imagino que só pode ser com uma pessoa que vai verbalizar um número. Porque não tem como colocar um balaio cheio de números, se eles são infinitos, dada a densidade da reta (...)" (OLIVEIRA, 2012a, p.203). Outro professor, de pseudônimo Pablo, acrescenta: "(...) Se é um sorteio infinito de números ali naquele intervalo, é...quando vai acabar pra você poder realizar o sorteio? Cê ta entendendo? Porque não vai ter fim. Vai ser impossível pra mim realizar um sorteio desse" (OLIVEIRA, 2012a, p. 203).

Oliveira (2012a) observou que os professores se concentraram na discussão de como realizar o sorteio, mesmo essa questão não estando explícita no enunciado da atividade proposta: "(...) Pablo e Túlio colocaram-se em processos de *estranhamento*: como realizar um sorteio (algo que nos é cotidiano) considerando um conjunto infinito (algo que só é concebível com coisas da Matemática)" (OLIVEIRA, 2012a, p. 204, grifo nosso).

O fato de os professores vivenciarem esse estranhamento nessa e em outras atividades propostas, permitiu que o ministrante do curso também discutisse com os professores a ideia de descentramento, de tentar entender como os alunos pensam a partir da fala deles.

> Quando priorizamos manter a interação em sala de aula, criando um espaço comunicativo, a utilização de qualquer situação (seja ela realista ou não) não se sustenta se não houver, por parte do professor, a tentativa de compreender de onde o aluno fala, se não se buscar entender o "intrinsecamente" desse aluno, que é o exercício de *descentramento* (OLIVEIRA, 2012a, p. 208, grifo nosso).

A nossa leitura de uma das atividades desenvolvidas pelos professores do grupo de trabalho do Polo Bagé, explorada no item 4, trará mais considerações acerca dessas ideias de estranhamento e descentramento.

3.O GRUPO DE TRABALHO NO POLO BAGÉ

O grupo de trabalho no Polo Bagé foi conduzido por uma equipe de pesquisadores, composta por três professoras, docentes do curso de Licenciatura-Matemática da Unipampa, Campus Bagé e por um graduando do mesmo curso, encarregados de organizarem e coordenarem as atividades de cada encontro. Durante as reuniões do grupo de trabalho, contamos com a participação de seis professoras de matemática da Educação Básica da região, entendidas como sujeitos da pesquisa, que a cada encontro trabalharam a partir de atividades propostas pela equipe de pesquisadores.

Dessas seis participantes, apenas uma das professoras é formada em Matemática – Licenciatura. As demais cursaram graduação em Ciências com habilitação em Matemática e uma delas é formada em Administração, mas leciona Matemática.

Foram realizados três encontros do projeto no mês de novembro do ano de 2015, com caráter de pesquisa piloto, cada um com duração de quatro horas, sempre aos sábados à tarde, no Laboratório de Matemática da Unipampa. Os três encontros foram gravados em áudio e vídeo com autorização das participantes.

Em cada um dos encontros propusemos que as seis professoras se dividissem em dois grupos para pensarem sobre algumas das atividades selecionadas dentre aquelas que foram previamente elaboradas em todos os polos do projeto. Em cada tarde, o trabalho se desenvolveu em torno de três atividades, finalizadas com discussões relacionadas ao tema. Pretendemos também, com essas atividades, provocar nas professoras participantes movimentos de estranhamento e descentramento, como oportunidade de vivenciarem o que acontece com muitos alunos nas salas de aula de matemática diante de conteúdos ou atividades que às vezes os paralisam.

No primeiro encontro solicitamos inicialmente a apresentação de todos com o intuito de nos conhecermos e entendermos o que motivou a participação de cada um no projeto. Em seguida, destacamos e agradecemos a presença das seis professoras, enfatizando a sua importância no decorrer do projeto e no âmbito escolar.

Para cada um dos grupos de professoras foram distribuídas cópias digitadas que continham a explicitação de uma atividade que remetesse a uma categoria do cotidiano, conforme exemplificado no Quadro 1 –

[14] Identificados na pesquisa de Oliveira (2011) por pseudônimos escolhidos pelos próprios professores.

Atividade SUPERMAT. A segunda atividade só era entregue depois que cada um dos grupos apresentasse os encaminhamentos e as discussões que a primeira tarefa suscitara, e assim por diante.

As seis professoras participantes não receberam orientação de como resolver a situação que lhes fora entregue, a não ser quando essa fosse solicitada a alguma das pesquisadoras. Estas buscaram sempre manter uma postura de mediadoras, não indicando o caminho a seguir, mas incentivando que buscassem alternativas para uma possível resposta à solicitação encaminhada. Por vezes, durante a realização das atividades, destacamos que mais importante do que encontrar respostas era explicitar como estavam pensado, que significados estavam produzindo para a situação proposta. Ao final de cada encontro, ao menos uma das professoras comentava sobre o *pensar como aluno*, tornando cada discussão única e reflexiva para todos os envolvidos.

4.UMA LEITURA DA ATIVIDADE PRODUTOS A GRANEL

Outra atividade criada pelos pesquisadores do Polo Bagé, utilizando o contexto do supermercado SUPERMAT, é relativa à venda de produtos a granel.

Quadro 2: Atividade SUPERMAT – Produtos a Granel

SUPERMAT - Visite agora o setor de Produtos a Granel

Para os produtos vendidos a granel, existe uma tabela idealizada pelos sócios, e todos os produtos desse setor só podem ser vendidos nessas condições preestabelecidas. Veja a tabela que dispõe sobre as quantidades que podem ser vendidas e os descontos sobre o preço a pagar pelo produto.

Produtos	Quantidade que pode ser vendida	Valor do desconto no preço do produto	Preço do produto por quilograma
Milho	1/2 do produto que está no tonel	1/2	R$ 2,50
Arroz	1/3 do produto que está no tonel	1/3	R$ 3,40
Feijão	1/4 do produto que está no tonel	1/4	R$ 4,89
Farinha de trigo	1/5 do produto que está no tonel	1/5	R$ 2,77

Para cada situação a seguir, escreva tudo o que pensar a respeito:

1] Qual o valor a ser pago pelo cliente quando comprar a última porção de farinha de trigo do tonel?

2] Se no tonel de arroz havia 30kg e considerando que o preço desse produto não poderá sofrer arredondamentos, ficando estabelecido que ocorrendo sua venda, deverá ser cobrado o valor exato obtido após o desconto, quanto o primeiro comprador deve pagar pelo produto?

3] Depois de quantas vendas o tonel de milho precisará ser reabastecido?

Fonte: Autores.

Tal atividade, inspirada naquele sorteio no intervalo [0, 1], foi pensada a partir de nossas discussões sobre o quanto o infinito pode causar desconforto e estranhamento nos estudantes, seja na escola, quando se trabalha a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita, ou na graduação, quando se estuda limites de função, por exemplo. Muitas vezes, atuando em sala de aula como docentes, tomamos como compreensíveis e naturais situações matemáticas que, em um primeiro momento, são estranhas. Essa aceitação ocorre, na maioria das vezes, porque alguém com autoridade (seja professor ou livro) nos apresentou esse conceito e o tomamos como verdadeiro.

Na discussão do primeiro item da atividade as professoras do Grupo A, ao serem solicitadas a expor os encaminhamentos do grupo, comentaram que haviam chegado num consenso, até que uma das pesquisadoras foi até o grupo e desconstruiu a conclusão a que haviam chegado. Para elas, depois de retirado 1/5 de farinha de trigo do tonel, não haveria possibilidade de se retirar mais nada, pois, nas palavras de uma delas, “(...) depois de ser retirado 1/5 não existe mais 1/5, porque já tem só quatro ali.

Então não tem mais para ser vendido.” Depois da intervenção de uma das pesquisadoras, elas demonstraram estar em dúvida quanto às condições do problema. Então uma delas afirmou: “Gerou muita discussão, (...) é muita interpretação. (...) A primeira coisa que a gente se detém é fazer cálculo. Vamos fazer, vamos fazer, e não é. E a gente já tem aquela visão, assim, de calcular sempre. E é o que eu digo, o que eu brigo com os alunos, porque eles não interpretam o que tu pede. E num momento desses a gente também não tava se achando na função de interpretação (...).”

Essa fala de uma das professoras do Grupo A, mostra que ela, ao pensar sobre o próprio comportamento no desenvolvimento da atividade, refletiu sobre o que acontece com os alunos nas suas aulas. Isso para nós foi um reflexo muito positivo da atividade, porque nosso objetivo, em nenhum momento, foi o de testar ou julgar os conhecimentos matemáticos das participantes. Com essa atividade específica, nosso objetivo era provocar movimentos de estranhamento e possibilitar discussões sobre descentramento. Portanto, o fato de se colocar na posição dos alunos e entender como eles pensam são passos a caminho do descentramento.

Além disso, as professoras questionaram, no primeiro item, qual seria a última porção de farinha de trigo. Em suas falas, surgiram dúvidas sobre quando o tonel ficaria vazio e como seriam divididas porções muito pequenas.

> A ideia de infinidade - por mais que seja abordada por professores de Matemática, em suas aulas e nos cursos de formação profissional que frequentam, por mais inserida que esteja em nosso universo discursivo - não deixa de ser uma ideia que se confronta com nossas experiências sensoriais, com o que lidamos em nosso cotidiano (OLIVEIRA, 2012b, p. 5-6).

Com relação ao item 2 da atividade, nossa ideia era que as professoras percebessem que o primeiro comprador pode comprar 1/3 de 30kg de arroz, ou seja 10kg e obter um desconto de 1/3 sobre R$ 34,00. Assim, ele pagaria 34 – 34/3, isto é, 68/3 que corresponde a 22,666... . Mas, nossa moeda só permite a utilização de centésimos o que dificultará o pagamento dessa quantia sem modificar as condições impostas pelo problema.

No Grupo A as professoras calcularam o preço final da quantidade de arroz adquirida e, utilizando a calculadora, chegaram na resposta:

$$3{,}40 - \frac{3{,}40}{3} = 2{,}266666667.$$

Elas fizeram os cálculos considerando apenas um quilo de arroz, não atentando para o fato de o tonel conter 30 quilos do produto.

Já o Grupo B calculou o preço de todo o tonel e dividiu esse valor por três, obtendo R$34,00. No entanto as professoras desse grupo não aplicaram o desconto de imediato. Apenas atentaram para isso, depois que viram a resolução do Grupo A apresentada no quadro. Antes de irem ao quadro elas aplicaram rapidamente o desconto e chegaram no valor de 22,66666666.

Em ambos os casos, chamou a atenção dos pesquisadores o fato de que as professoras que foram apresentar as discussões dos grupos no quadro, contavam a quantidade de algarismos 6 escritos na parte decimal da resposta, no momento de escrever o resultado no quadro e não colocavam as reticências para indicar uma dízima periódica. Quando questionadas sobre isso, as professoras disseram ser este o resultado encontrado na calculadora e, como não eram permitidos arredondamentos, não poderiam ficar com apenas duas casas decimais, o que normalmente fariam em virtude da moeda corrente. Perguntadas sobre o arredondamento realizado pela máquina de calcular e o fato de, na verdade, ser esse resultado uma dízima periódica infinita, as professoras afirmaram não ter percebido tais conceitos.

Cabe mencionar que a discussão em torno da impossibilidade de arredondamento causou certo grau de desconforto nos grupos, levando à leitura da questão por repetidas vezes, e a expressões do tipo “preciso pensar um pouco mais”. No momento de apresentação dos resultados encontrados, uma das professoras participantes aludiu que “não existe como cobrar esse valor do cliente”, e em tom de brincadeira sugere que não seja dado o desconto, sendo essa a melhor opção, pois, “daí não se perde”.

No item 3, as participantes são solicitadas a responder depois de quantas vendas o tonel deveria ser novamente reabastecido, considerando que a filosofia do SUPERMAT é de que um produto só pode ser reabastecido quando for integralmente vendido.

Em uma atitude inicial, uma das participantes diz na discussão do Grupo A, que essa questão é muito estranha, "muito louca", no sentido de estar muito simples, pois "comprou a metade e depois mais uma metade, acabou", demonstrando a insuficiência da leitura inicial, uma vez que não percebe que o problema se refere à metade do que está no tonel, e o raciocínio é aceito imediatamente pelo grupo como correto. Após outras discussões, em um dado momento, a mesma professora comenta que é "a metade da metade, da metade, da metade", e declara "assim não vai dar no meu cérebro", referindo-se a impossibilidade de contar depois de quantas vezes o tonel ficará vazio para ser reabastecido.

Nisso, uma das professoras participantes, como solução para o problema, sugere que o tonel seja reabastecido a cada vez que uma das metades do produto remanescente seja vendida, embora essa fosse uma condição impossível no contexto do SUPERMAT.

Antes de encerrar essa atividade os pesquisadores destacaram que a atividade aplicada trata da ideia de infinito e que tal abordagem costuma causar estranhamentos aos alunos. Enfatizaram que os tonéis contêm produtos que são finitos, mas que a ideia colocada no problema é a de um processo infinito que só faz sentido no contexto matemático. O paradoxo de Zenão também é lembrado pelos pesquisadores e algumas das professoras participantes demonstram surpresa diante da descrição da corrida entre Aquiles e a tartaruga.

Ao final do desenvolvimento dessa atividade os pesquisadores deixaram claro que nenhum dos itens tem resposta sem modificar as condições do problema e que o principal era a discussão gerada nos grupos, os significados que foram produzidos e o compartilhamento dos mesmos.

Uma professora do Grupo B, depois de ter sido comentado que os itens da questão não tinham uma resposta, disse que "(...) em tudo que a gente faz a gente quer ter a resposta exata das coisas, né, e na verdade não é isso. A gente tem a Matemática como uma ciência exata." Então ela completou: "A gente começa a pensar."

5.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante os encontros do Polo Bagé, podemos admitir que os professores participantes foram receptivos em relação às atividades propostas, embora em alguns momentos, demonstrassem certa incredulidade se tais atividades poderiam ser repetidas em suas escolas.

Declararam considerar a maioria de seus alunos despreparada para resolver esse tipo de problema. Em tal afirmação consideramos uma evidência do estranhamento suscitado pelas atividades propostas, percebido ao longo das discussões nos grupos, em desconfortos, questionamentos, dúvidas e discussões compartilhadas. O estranhamento pode também ser ratificado quando, em relação às atividades, as professoras parecem ter se deparado com questões que contrariaram a noção que têm de um problema ideal para ser passado a seus alunos.

Em vários momentos entendemos que elas ocuparam o lugar de aluno, demonstrando suas fragilidades e inseguranças diante da possibilidade de algo novo ao buscarem resultados para as questões propostas nas atividades. Nesse sentido, ficou mais fácil compreenderem a ideia de descentramento colocada em alguns dos encontros.

Muitas vezes, os estranhamentos que nossos alunos vivem em salas de aulas de matemática podem ficar escondidos. O professor só tomará conhecimento dos mesmos se conseguir que os estudantes falem o que estão pensando, que verbalizem os significados que estão produzindo para o conceito/situação propostos. Então, a partir do que os alunos falam, é possível estabelecer um espaço comunicativo que traga os estudantes a pensarem mais próximo dos significados que o professor deseja.

Na mediação das atividades, os pesquisadores propuseram a reflexão de que, em muitos momentos, na sala de aula da Educação Básica, os estudantes não percebem certos objetos matemáticos com a mesma naturalidade que os professores. Essa tomada de consciência possibilitou às professoras participantes se colocarem no lugar dos seus alunos, sentirem como determinados conceitos matemáticos, ainda que óbvios para elas, podem ser estranhos para os estudantes.

Promover atitudes de descentramento é tornar os professores sensíveis aos estranhamentos dos alunos, pois tais atitudes possibilitam aos professores notar o que acontece em uma aula de matemática, quando significados matemáticos não são tão naturais aos alunos quanto às vezes pode parecer. Com isso, ao se colocarem no lugar do outro, os docentes permitem-se também questionar quais são as possíveis e melhores formas para que a produção de significados seja compartilhada em aulas de matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos pesquisadores dos Polos Campo Grande, Sinop, Diadema e São João Del Rei pelas discussões e atividades elaboradas, às professoras participantes do Grupo de Trabalho do Polo Bagé pelas tardes de aprendizado conjunto, à Unipampa pelo apoio à pesquisa e ao CNPq pelo financiamento da mesma.

REFERÊNCIAS

[1] Lins, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. Rio Claro: Editora Unesp, 1999. p. 75 – 94.

[2] Oliveira, V. C. A. *Uma leitura sobre formação continuada de professores de Matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana*. 2011. 207f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

[3] Oliveira, V. C. A. Sobre as ideias de estranhamento e descentramento na formação de professores de Matemática. In: Angelo, C. L. et al. (Orgs.). *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática*: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012a. p. 199 – 216.

[4] Oliveira, V. C. A. Uma proposta de intervenção em cursos de formação de professores de matemática. *Anais*...XVI Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - XVI Endipe. Unicamp: Campinas, 2012b.

[5] Viola Dos Santos (coord.). *O uso de categorias do cotidiano para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*. Proposta ao Cnpq. Edital Universal. MCTI/CNPq. n. 14, Processo460640/2014-3, 2014.

Capítulo 15

As dificuldades em matemática dos ingressantes na educação superior: Uma análise das pesquisas publicadas nos anais dos X e XI Enems

Wilson de Jesus Masola
Gilberto Vieira

Resumo: A percepção, como professores de Matemática da Educação Superior, das dificuldades dos alunos ingressantes no desenvolvimento das atividades matemáticas desencadeou a pesquisa apresentada neste trabalho. Esta pesquisa tem o objetivo de retratar o que os artigos publicados nos Anais dos X e XI Encontro Nacional de Educação Matemática abordam sobre as dificuldades de aprendizagem, em Matemática, de alunos ingressantes na Educação Superior. Foi utilizada a abordagem qualitativa de pesquisa com procedimentos de análise documental e de conteúdo. Os documentos investigados foram os publicados nas modalidades comunicação científica e relato de experiência. A análise dos trabalhos aponta para a urgência de uma reformulação do ensino de Matemática de natureza didática. A avaliação diagnóstica, o trabalho com grupos colaborativos, a análise de erros, o trabalho com Matemática articulada ao cotidiano profissional, e contribuições tecnológicas e dos livros textos são caminhos apontados para ajudar estudantes em sua aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Superior, Dificuldades de aprendizagem.

*O artigo original foi apresentado e consta dos Anais do XII ENEM - Encontro Ncional de Educação Matemática - realizado em 2016 na cidade de São Paulo/SP. Foi realizada uma pequena alteração no título do artigo

1.INTRODUÇÃO

O crescimento das Instituições de Ensino Superior – IES, nos últimos anos, trouxe desafios ao setor da Educação Superior. Um deles diz respeito à necessidade de se relacionar com alunos que apresentam características diferentes das observadas anteriormente a esse movimento de expansão, e de lidar com grupos heterogêneos em termos de perfil social, econômico e cultural. Embora essa democratização responda aos anseios de acesso à Educação Superior, as IES ainda não sabem como lidar com a disparidade de formação, na Educação Básica, desses grupos de estudantes.

Os alunos que chegam à Educação Superior, segundo relatos dos professores que atuam na Educação Básica – nossos colegas de profissão – e segundo a literatura de pesquisa, são oriundos de escolas onde a quantidade de professores que se ausentam das aulas por motivos diversos, aliadas à pequena exigência de aprendizagem para que os alunos possam ser promovidos e somadas à falta de hábito de estudo e a pouca valorização da escola pela família, contribuem para que iniciem a graduação sem condições para cursar as disciplinas do curso que escolhem. Como professores de Matemática, na Educação Superior, do módulo de entrada (primeiro semestre), de alunos de diversos cursos das áreas de Exatas e Humanas, nos sentíamos de mãos atadas, mas, conforme Cury (2004),

> [...] muitas vezes comentamos, em reuniões ou em congressos, o baixo nível de conhecimentos matemáticos com que os estudantes estão chegando à universidade. No entanto, mesmo que tentemos empurrar a responsabilidade para os níveis de ensino anteriores (com risco de chegarmos a "culpar" a pré-escola pelos problemas!), sabemos que são esses os alunos que temos e nossa responsabilidade – e nosso desafio – é levá-los a desenvolver as habilidades necessárias para compensar as dificuldades que apresentam, ao mesmo tempo em que procuramos despertar neles a vontade de descobrir as respostas às suas dúvidas. (CURY, 2004, p. 123-124).

De fato, sem menosprezar a importância de se compreender os motivos pelos quais os alunos chegam à Educação Superior com baixo nível de conhecimentos matemáticos, concordamos com a necessidade de ir além das queixas e reclamações e pensar ações que possam levá-los a superar as dificuldades que apresentam. Mas, para que se possa contribuir de alguma maneira para a melhoria do ensino e aprendizagem desses alunos, é importante situar-se em relação ao que se tem pesquisado a respeito das dificuldades, em Matemática, de alunos ingressantes nesse nível de ensino.

Assim, este trabalho visa retratar o que as pesquisas publicadas nos anais dos X e XI Encontro Nacional de Educação Matemática, ENEM, ocorridos, respectivamente nas cidades de Salvador – BA (2010) e Curitiba – PR (2013) discutem com relação às dificuldades de alunos ingressantes na Educação Superior, pertinentes aos conteúdos de Matemática. Trata-se de uma ampliação da pesquisa de Mestrado Profissional intitulada "Dificuldades de aprendizagem Matemática dos alunos ingressantes na Educação Superior nos trabalhos do X Encontro Nacional de Educação Matemática", defendida no ano de 2014 (MASOLA, 2014).

Dos trabalhos publicados, selecionamos os que julgamos estarem diretamente relacionados com o foco do nosso estudo: as dificuldades dos alunos ingressantes na Educação Superior. Na próxima seção explicitaremos os procedimentos metodológicos que orientaram a realização deste trabalho.

2.PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para iniciar o trabalho de coleta e análise de dados, nos debruçamos sobre os anais dos ENEMs. Uma das dificuldades encontradas na análise do material foi a mudança na organização dos eixos e subeixos em que os trabalhos deveriam ser alocados. O XI ENEM, por exemplo, não apresentou o eixo Educação Matemática na Educação Superior, até então existente nos encontros anteriores. Neste eixo costumavam ser apresentadas as pesquisas relacionadas à temática que investigamos. Assim, diante da inexistência de um eixo que concentrasse as pesquisas relacionadas à Educação Superior, foi necessária a realização de uma minuciosa busca por trabalhos nos diferentes eixos e subeixos que compunham o encontro.

A seleção dos trabalhos para análise foi composta por algumas etapas. Na primeira etapa, dos 868 artigos do X ENEM publicados nas modalidades Comunicação Científica e Relato de Experiência, foram selecionados 52 e dos 1841 artigos publicados nos anais do XI ENEM, foram selecionados 78. A seleção inicial dos trabalhos se deu pela leitura do titulo, do resumo e das palavras-chave a fim de verificar a existência de alguma relação com o foco de nossa pesquisa. A segunda etapa se efetivou com uma primeira leitura desses trabalhos para verificar se eles realmente abordavam as dificuldades de aprendizagem, em

Matemática, de alunos ingressantes na Educação Superior. Selecionamos, então, 14 artigos publicados no X ENEM e 11 no XI ENEM. Essa seleção originou a terceira etapa, que consistiu na leitura mais apurada dos trabalhos, com o intuito de identificar quais foram as dificuldades detectadas e recomendações de ações e recursos apontados, com relação aos ingressantes na Educação Superior e suas dificuldades em Matemática.

Dedicamo-nos, então, a efetuar a análise dos artigos. Uma das principais etapas de um projeto de pesquisa é a análise dos dados coletados. Dentre as formas de análise de dados optamos pela utilização de procedimentos de análise documental e análise de conteúdo.

A análise documental pode se constituir numa fonte valiosa de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras formas, seja desenvolvendo aspectos novos de um tema ou problema; a análise documental busca identificar informações factuais nos documentos a partir de questões ou hipóteses de interesse. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 38). Por nossa pesquisa se tratar de uma pesquisa histórico-bibliográfica, que visa a uma releitura dos trabalhos inseridos em anais de congressos relacionados à Educação Matemática, é que decidimos pelos procedimentos de análise documental.

Também recorremos a procedimentos da análise de conteúdo, pois acreditamos se constituir num instrumento adequado para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos, ajudando a interpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura superficial, munindo o leitor crítico de informações complementares. A adoção da análise de conteúdo como procedimento metodológico, justifica-se pela crença de que cada trabalho analisado configura-se como um código linguístico que clama por uma compreensão, que vai além daquela interpretação ingênua e espontânea propiciada por uma simples leitura. É necessário entender a análise de conteúdo como um método rigoroso, desconfiado das evidências intuitivas e subjetivas, que busca a superação da incerteza através de técnicas e procedimentos (lista de categorias, grelhas de análise, matrizes, modelos) que vêm se aprimorando continuamente ao longo dos tempos. (BARDIN, 2011).

As leituras realizadas sobre o material coletado permitiram-nos detectar uma série de aspectos relacionados às dificuldades matemáticas de alunos ingressantes na Educação Superior. Na próxima seção nos ocuparemos em brevemente descrevê-las.

3.DIFICULDADES DETECTADAS

Nas publicações do X ENEM, destacamos os trabalhos de: Araújo e Bortoloti (2010), Cariello, Junior e Carvalho (2010), Carvalho e Carvalho (2010), Ferreira e Jacobini (2010), Gouveia e Miskulin (2010), Kessler (2010), Messias e Costa (2010), Moro e Siple (2010), Müller, Azambuja e Müller (2010), Pinto e Oliveira (2010), Ribeiro e Bortoloti (2010), Santos, Alvarenga e Sales (2010), Schmitt e Bezerra (2010), Silva e Silva (2010). Tais trabalhos abordavam, de alguma forma, as dificuldades de alunos ingressantes na Educação Superior e convergiam para o foco de nossa pesquisa, conforme relatado em Masola (2014).

Analisando as publicações do XI ENEM, destacamos os trabalhos de: Pilato (2013), Rehfeldt, Giongo e Quartieri (2013), Breunig e Nehring (2013), Rosa Costa (2013), Lima (2013), Oliveira, Guimarães e Andrade (2013), Cury (2013), Almeida (2013), Luz e Santos (2013), Costa, Pergher e Cabrera (2013) e Dörr (2013). Percebemos, nesses trabalhos, um direcionamento do foco das pesquisas para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

Quanto à origem das dificuldades relacionadas com a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, a Educação Básica é considerada como precursora desse sintoma, pois não prepara o aluno para sua próxima fase de estudo. Não que seja apenas esta a finalidade da Educação Básica, conforme podemos constatar na Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB: “Art. 22. A Educação Básica tem por finalidade desenvolver o educando, assegurando-lhe a educação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornece-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores” (BRASIL, 1996).

Entretanto os autores dos trabalhos que analisamos declaram que os discentes são condicionados, na Educação Básica, a resolver atividades de forma mecânica, priorizando procedimentos técnicos, sem valorizar a reflexão. Os alunos demonstram não terem sido orientados para se organizar adequadamente para os estudos, comprometendo, assim, seu desenvolvimento na Educação Superior.

Constatamos, também, como as deficiências de leitura e escrita se mostram especialmente no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral. A leitura e escrita matemáticas exigem considerar as diferentes linguagens que estão envolvidas no contexto da Matemática, particularmente a linguagem matemática formal e, consequentemente, as diferentes formas de representação dos objetos matemáticos, aspecto este apontado nos trabalhos como de grande dificuldade por parte dos alunos.

Não são muitos os trabalhos que abordam os conteúdos específicos em que os alunos têm dificuldades. Verificamos alguns dos conteúdos no âmbito da Geometria e ainda: simplificação de frações, fatoração, propriedades e gráficos de funções, esboço de gráficos de funções afins e quadráticas, cálculo de áreas de figuras geométricas, unidades de medidas, limite e derivada. Tais apontamentos vão ao encontro da colocação de Cury (2009, p. 226).

> Em Cálculo Diferencial e Integral, temos notado que os maiores problemas não são relacionados diretamente com a aprendizagem das técnicas de cálculo de limites, derivadas ou integrais. Os erros mais frequentes são aqueles ligados a conteúdos de Ensino Fundamental ou Médio, especialmente os que envolvem simplificações de frações algébricas, produtos notáveis, resoluções de equações, conceito de função e esboço de gráficos. (CURY, 2009, p. 226).

De maneira geral os trabalhos publicados no X ENEM (2010) e no XI ENEM (2013), apontam dificuldades relacionadas à falta de habilidades e conhecimentos prévios específicos da Educação Básica, em que, em linhas gerais, foram destacadas: ações ligadas à resolução de problemas (atitude de investigação, validação da resposta, entre outros), à ausência de generalização de ideias, de abstração, de emprego de noções de lógica, de argumentação e justificação, entre outras. Os alunos não demonstram curiosidade, realizam tarefas de forma mecânica, sem reflexão dos significados e dos conceitos, demonstrando falta de autonomia e muita dependência do professor.

Outro aspecto observado nesses trabalhos foi a preocupação dos pesquisadores em relação ao nível de reprovações e evasões que as disciplinas de Matemática causam nos primeiros anos da Educação Superior, principalmente quando o aluno está inserido na área das Ciências Exatas.

Na próxima seção nos ocuparemos em apresentar as recomendações apontadas nesses trabalhos que objetivam mitigar as dificuldades apresentadas pelos alunos ingressantes.

4.RECOMENDAÇÕES APONTADAS

Os trabalhos encontrados nos Anais dos X e XI ENEMs, relacionados ao tema desta pesquisa, apresentam também sugestões para que se possa, ao menos, tentar minimizar as dificuldades dos alunos que ingressam na Educação Superior, ou mesmo para aqueles que se encontram em semestres mais avançados, mas que ainda encontram dificuldades em conteúdos pertinentes à Educação Básica. Os trabalhos que analisamos para esta seção também convergem para o âmbito do Cálculo Diferencial e Integral.

Em alguns dos trabalhos que analisamos e citamos anteriormente, na seção 3, percebemos que, além das atividades que propõem para o ensino, recomendam ao professor a verificação que objetiva determinar as competências, habilidades e conhecimentos dos alunos por meio de avaliação diagnóstica. Esta recomendação for verificada em Oliveira e Guimarães (2013), Araújo e Bortoloti (2010), Ribeiro e Bortoloti (2010), Cariello, Junior e Carvalho (2010), Ferreira e Jacobini (2010) e Müller, Azambuja e Müller (2010).

Esses trabalhos abordam situações em que os alunos ingressam na Educação Superior sem terem se apropriado de fundamentos elementares da Matemática. Por isso, consideram que é preciso identificar objetivamente quais são as dificuldades e os erros mais frequentes desses alunos e quais são os conhecimentos construídos ou não por eles na Educação Básica, procuram entender quais as razões dessas dificuldades, para que seja possível, ao professor, encontrar alternativas e sugerem ações como a análise de erros (CURY, 2013; BREUNIG E NEHRING, 2013; RIBEIRO; BORTOLOTI ,2010; ARAÚJO; BORTOLOTI, 2010) e o trabalho com grupos colaborativos (DÖRR, 2013).

O erro deve ser encarado como uma ferramenta capaz de indicar as dificuldades dos alunos, e a partir da detecção dessas dificuldades, o professor poderá criar estratégias didáticas para que o aluno aprenda com o seu próprio erro. Desse ponto de vista, o erro é constituinte do conhecimento; um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e considera-o como trampolim para a aprendizagem. O objetivo da análise de erros, além da sua análise e classificação, passa a ser o de desenvolver estratégias de ensino que possam auxiliar os alunos em suas dificuldades, sendo utilizada, assim, como uma metodologia de ensino. (CURY, 2008).

Observações feitas por alguns autores evidenciam que a apatia dos alunos no aprendizado das Ciências decorre do modo como se tem ensinado. O aluno não percebe e não consegue correlacionar o que aprende em sala de aula com seu cotidiano profissional; é o que consideram Rehfeldt, Giongo e Quartieri (2013), Breunig e Nehring (2013), Lima (2013) e Cariello, Junior e Carvalho (2010), e esse desinteresse pelo aprendizado está diretamente ligado à falta de perspectiva de aplicação dos conteúdos à sua área profissional. Essa é uma abordagem que deve ser fortalecida pelos professores na Educação Superior.

Várias também foram as recomendações para o uso da tecnologia, que encontramos nos trabalhos de Rehfeldt, Giongo e Quartieri (2013), Oliveira, Guimarães e Andrade (2013), Almeida (2013), Luz e Santos (2013), Dörr (2013), Moro e Siple (2010) e Ferreira e Jacobini (2010). Uma combinação pedagógica entre tecnologia e ambiente de trabalho para o ensino de conteúdos matemáticos, é uma alternativa que pode contribuir para a aprendizagem dos conteúdos estudados. A presença da tecnologia em aula, em qualquer nível de ensino, objetiva a integração no processo de aprendizagem dos conceitos curriculares, contribuindo, assim, como um articulador no processo de construção do conhecimento pelo aluno. A construção de ambientes pedagógicos centrados em temas profissionais e amparados pela tecnologia, como defendem Dörr (2013) e Ferreira e Jacobini (2010), pode contribuir, de forma favorável, para minimizar a falta de importância que os alunos atribuem às disciplinas da área de Matemática, já que neles, os alunos podem relacionar conteúdo programático com aplicações do dia a dia do seu mundo do trabalho, atual ou futuro.

Portanto, refletir sobre a utilização desses recursos, particularmente na educação, é de caráter fundamental e, por essa razão, segundo os autores, é importante refletir sobre as mudanças educacionais provocadas por essas tecnologias; novas práticas pedagógicas são recomendadas, buscando propor experiências de aprendizagem significativas para os alunos. Para que o ensino ofereça desafios constantes, é desejável que o professor atue como mediador.

As pesquisas mostram, também, que os livros, se bem explorados por alunos e professores, conforme Breunig e Nehring (2013), Rosa e Costa (2013), Lima (2013), Almeida (2013), Dörr (2013) e Silva e Silva (2010), podem levar o aluno a um maior entendimento através da utilização das conversões de registro e de representações múltiplas, com visualização gráfica dos conceitos, em situação contextualizada e motivadora.

Igualmente são elogiados os livros didáticos mais recentemente publicados, por Breunig e Nehring (2013), Silva e Silva (2010) e Cariello, Junior e Carvalho (2010), que determinam uma direção diferenciada no estudo de Cálculo Diferencial e Integral. Hoje podemos encontrar livros nos quais os conceitos estão munidos de significado e contextualizados, e esse tipo de literatura utilizada como recurso didático propicia articulação entre problemas motivadores e conceitos teóricos.

Podemos perceber, portanto, uma série de recomendações e sugestões de ações que podem ser implementadas com o objetivo de amenizar o impacto sofrido pelos alunos ingressantes na Educação Superior. Vale ressaltar que, nos diversos trabalhos analisados, tais recomendações, por mais que apresentem diferenças e particularidades, convergem principalmente para uma mudança na forma pela qual a Matemática é trabalhada em sala de aula. A adoção da avaliação diagnóstica, do trabalho com grupos colaborativos, a análise de erros, o trabalho com uma Matemática contextualizada e que tenha relação com o cotidiano profissional, e as contribuições das tecnologias e dos livros textos apontam para a urgência de uma reformulação do ensino de Matemática de natureza didática. Por mais que tais recomendações figurem como temas de inúmeras pesquisas da área, a sua incorporação pelos docentes ainda é um obstáculo que precisa ser superado.

5.CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo retratar o que as pesquisas publicadas nos Anais dos X e XI ENEMs discutem com relação às dificuldades de alunos ingressantes na Educação Superior, pertinentes aos conteúdos de Matemática. Os documentos investigados foram os trabalhos publicados nos Anais do evento nas modalidades Comunicação Científica e Relato de Experiência.

Assim como registrado em Masola (2014), esses trabalhos permanecem afirmando que a natureza das dificuldades refere-se à falta de conhecimentos da Educação Básica, especificamente ligados à resolução de problemas (atitude de investigação, validação da resposta); à ausência de generalização de ideias, abstração e argumentação; à realização mecânica de tarefas, sem reflexão dos significados; à falta de autonomia; às dificuldades de organização para os estudos e deficiências de leitura, escrita e representação matemáticas, especialmente no Cálculo Diferencial e Integral. Essas pesquisas recomendam ações e recursos, tais como: relacionar as atividades de aula com o cotidiano profissional do aluno; empregar a análise de erros; propor atividades diferenciadas para cada nível de dificuldade; utilizar tecnologias e empregar adequadamente o livro didático.

Pudemos observar, ainda, uma recomendação que encontramos no XI ENEM e não encontramos no X ENEM: a proposta de trabalho com grupos colaborativos em sala de aula para superação das dificuldades dos estudantes. Este é, certamente, um aspecto que pode ser aprofundado em pesquisas futuras.

Vale salientar um detalhe com relação ao sumário do XI ENEM: sua estrutura não favorece a realização de consultas, muito diferente do sumário do X ENEM com várias possibilidades de consulta e filtro.

Recomendamos a leitura do presente trabalho para professores e pesquisadores de todos os níveis de ensino, para que possam, com essa leitura, tomar conhecimento do desenvolvimento escolar de nossos alunos. Ele representa apenas um retrato de pesquisas que discutem as dificuldades de alunos ingressantes na Educação Superior. Um retrato pode ser tirado de diversos ângulos e representar diferentes pontos de vista. Desse modo, este trabalho não tem a pretensão de apresentar uma imagem completa do cenário investigado, mas indicar alguns caminhos que podem ser mais bem explorados na transição entre Educação Básica e Educação Superior.

Finalizamos este trabalho com a esperança de que ainda podemos fazer muito para melhorar nossas práticas e ampliar as pesquisas na Educação Matemática, podendo, assim, trazer melhorias ao ensino, à construção do conhecimento do aluno e a todos aqueles que se interessam pela Educação, e, em particular, pela Educação Superior.

AGRADECIMENTOS

Está pesquisa tem o apoio financeiro da CAPES, ao qual não poderíamos deixar de agradecer neste momento.

REFERÊNCIAS

[1] Almeida, H. R. F. L. As ferramentas da educação a distância como suporte às aulas presencias de cálculo I. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[2] Araújo, R. A. S.; Bortoloti, R. D'A. M. Analisando possíveis erros de geometria a partir das resoluções dos alunos do 6º semestre do curso de licenciatura em matemática da Uneb Campus Alagoinhas. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[3] Bardin, L. Análise de conteúdo. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo/SP: Edições 70, 2011. 280p.

[4] Brasil. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de diretrizes e bases da educação nacional. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/l9394.htm>. Acesso em: 31 maio. 2016.

[5] Breunig, R. T.; Nehring, C. M. A passagem da matemática da educação básica para o ensino superior: concepção inicial de função por alunos de cálculo. . In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[6] Cariello, D.; Junior, P. C. E. R.; Carvalho, T. M. M. Aplicações de cálculo diferencial às ciências naturais e humanas: exercícios de reflexão e curiosidades. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[7] Carvalho, M. A. S.; Carvalho, A. M. F. T. A Questão da ansiedade no ensino e na aprendizagem das geometrias não-euclidianas. In: Encontro Nacional de educação matemática. Educação matemática, cultura e diversidade, 10., 2010, salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[8] Costa. C. P.; Pergher, R.; Cabrera, L. C. Reprovação em matemática no ensino superior: uma tentativa de reduzir os altos índices. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[9] Cury, H. N. “Professora, eu só errei um sinal!”: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: Cury, H. N. (Org.). Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre/RS: Edipucrs, 2004. p. 123-124.

[10] ______, H. N. Análises de Erros: O Que Podemos Aprender Com as Respostas dos Alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 1 ed. 1 reimp. 2008. 116p.

[11] ______. Pesquisas em análises de erros no ensino superior: retrospectiva e novos resultados. In: Frota, M. C. R.; Nasser, L. (Org.). Educação matemática no ensino superior: pesquisas e debates. Recife/PE: SBEM, 2009. 265p.

[12] ______, H. N. Análise de erros: uma possibilidade de trabalho em cursos de formação inicial de professores. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[13] Dörr, R. C. Uso de grupos colaborativos: relato de experiências e perspectivas de uso no ensino superior. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[14] Ferreira, D. H. L.; Jacobini, O. R. Tecnologia e ambiente de trabalho: uma combinação pedagógica para o ensino de conteúdos matemáticos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[15] Gouveia, C. A. A.; Miskulin, R. G. S. A Análise semiótica no contexto da educação matemática: atividades exploratório-investigativas em cálculo diferencial e integral. In: Encontro Nacional DE Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[16] Kessler, M. C. Hipertexto: um auxílio no processo de ensino-aprendizagem do cálculo diferencial. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[17] Lima, G. L. O ensino do cálculo no brasil: breve retrospectiva e perspectivas atuais. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[18] lüdke, M.; Andre, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo/SP: EPU, 1986. 99p.

[19] Luz, V. M.; Santos, A. R. Associando pesquisa e intervenção em uma disciplina de introdução ao cálculo. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[20] Masola, W. J. Dificuldades de Aprendizagem Matemática dos Alunos Ingressantes na Educação Superior nos Trabalhos do X Encontro Nacional de Educação Matemática. 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo/SP, 2014.

[21] Messias, M. A. V. F.; Costa, A. C. Limite de função: conceito imagem X Conceito definição. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[22] Moro, G.; Siple, I. Z. A influência da matemática básica no ensino de cálculo diferencial e integral. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[23] Müller, T. J.; Azambuja, C. R. J.; Müller, M. J. Proposta de apoio à aprendizagem dos alunos de cálculo diferencial e integral I. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[24] Oliveira, I. L. L.; Guimarães, S. U.; Andrade, J. A. A. Programa de apoio ao calouro: um enfoque na aprendizagem de adultos em um sistema de mentoria. In: Encontro Nacional DE Educação matemática. Educação matemática: retrospectivas e perspectivas, 10., 2013, curitiba/pr. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[25] Pilato, M. Condições para a conclusão de um Curso de licenciatura em matemática: reflexões sobre trajetórias de estudantes. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[26] Pinto, J. B.; Oliveira, M. H. P. Análise diagnóstica de funções matemáticas para sequência didática sobre taxa de variação para alunos de 2º. ano de curso de licenciatura em matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura e Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[27] Rehfeldt, M. J. H., Giongo, I. M.; Quartieri, M. T. A matemática presente nas atividades laborais de engenheiros civis. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[28] Ribeiro, I. C.; Bortoloti, R. D'A. M. Análise combinatória: o que o teste padrão nos informa a partir das respostas de estudantes veteranos da Uneb/Alagoinhas – Ba. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[29] Rosa, H. A. D.; Costa, P. G. B. Conceito imagem e conceito definição no estudo de limites de funções reais de uma variável. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 10., 2013, Curitiba/PR. Anais... 2013. 1 CD-ROM.

[30] Santos, J. M.; Alvarenga, K. B.; Sales, M. S. Dificuldades em geometria dos estudantes recém ingressos na universidade do agreste sergipano. In: Encontro Nacional de educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[31] Schmitt, M.; Bezerra, r. C. Uma análise de discurso: discutindo as respostas dos alunos num curso pré-cálculo. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática, Cultura E Diversidade, 10., 2010, Salvador/BA. Anais... 2010. 1 CD-ROM.

[32] Silva, C. A.; Silva, B. A. A Noção de integral em livros didáticos e os registros de representação semiótica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação matemática, cultura e diversidade, 10., 2010, salvador/ba. Anais... 2010. 1 cd-rom.

Capítulo 16

O olhar dos alunos ingressantes em 2009/1 sobre o curso de licenciatura em matemática da Unemat/Cáceres

Cristiane dos Santos Leite
Marcos Francisco Borges

Resumo: Há algum tempo que a evasão e a permanência dos acadêmicos nos cursos superiores, principalmente nos de exatas, tem sido pauta de discussões nas universidades brasileiras, mas quais têm sido os motivos que levam os acadêmicos a saírem ou permanecerem no Curso? Pretendemos buscar respostas a esta pergunta a partir da visão que os acadêmicos ingressantes no semestre 2009/1 possuem do Curso de Licenciatura em Matemática. Utilizamos no procedimento metodológico, a análise de documentos e a coleta de dados por meio de aplicação de questionários. Os resultados mostram que os principais motivos da evasão estão relacionados às dificuldades nas disciplinas de conteúdos específicos, à escolha pelo curso devido à falta de opção e pela sua não identificação com o curso. Quanto aos acadêmicos que permanecem e os que concluíram o Curso, destacamos o desconhecimento da política de permanência da Universidade.

Palavras-chave: Evasão; Permanência; Ensino Superior.

1. INTRODUÇÃO

O abandono escolar, tanto no ensino básico como no superior, é um fenômeno que tem levado os pesquisadores a buscarem identificar o porquê do baixo índice de alunos/acadêmicos em concluírem seus cursos.

Neste sentido, a escolha desta temática decorre de alguns fatores observados no cotidiano acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT)/Câmpus Universitário de Cáceres, entre eles, o alto índice de reprovação dos alunos do curso de Matemática, principalmente nas disciplinas de conteúdos específicos, somados a grande quantidade de evadidos.

Este fato tem acarretado em um baixo índice de acadêmicos que conseguem concluir o curso de Licenciatura em Matemática e a um elevado número de vagas ociosas, o que representa uma perda social, um desperdício do dinheiro público e de tempo de todos os envolvidos no processo educacional, além do problema da quantidade de acadêmicos formados não ser suficiente para atender a demanda de docentes na educação básica.

Diante do exposto, esta pesquisa apresenta um conjunto de dados que visam identificar os motivos que levaram ou levam os acadêmicos ingressantes no semestre 2009/1 a evadirem ou permanecerem no curso de Licenciatura em Matemática da UNEMAT, *Campus* Universitário “Jane Vanini” localizado na cidade de Cáceres, Mato Grosso.

2. A EVASÃO E AS PROPOSTAS DE PERMANÊNCIA

O fenômeno da evasão dos acadêmicos nos cursos de ensino superior tem sido estudado por diversos pesquisadores (RISTOF, 2013, BITTAR *et al,* 2012; LOBO, 2012; SANTOS, 2012; GAIOSO, 2005) pelo fato de trazer prejuízos acadêmicos, sociais e econômicos para as Instituições de Ensino Superior (IES). O Ministério de Educação e Cultura (MEC) também tem intensificado os estudos sobre evasão por meio do Programa de Avaliação das Universidades Brasileiras – PAIUB (1994).

Segundo os pesquisadores, são vários os motivos que podem levar um aluno a evadir do curso, condições socioeconômicas, culturais, geográficas, a necessidade de entrar no mercado de trabalho para ajudar na renda familiar, escola distante de casa, falta de transporte escolar, ensino deficitário, metodologias inadequadas, falta de preparo dos professores, falta de interesse pelo estudo, dificuldade de aprendizagem, falta de incentivo dos pais, entre outros.

Segundo o Dicionário Priberam da Língua Portuguesa, o significado da palavra evasão está relacionado ao “ato de evadir-se, fuga, saída”, pela definição da Comissão Especial de Estudos Sobre Evasão nas IES Públicas instituída pelo MEC, “evasão” é a saída definitiva do curso de origem, sem conclusão, ou, a diferença entre ingressantes e concluintes, após uma geração completa.

Não há uma padronização quanto ao termo evasão do ensino superior, portanto é necessário explicitarmos sobre qual o viés que estaremos tratando o assunto, pois a evasão pode ser analisada de diferentes maneiras, como: a evasão do curso, a evasão da IES e a evasão do sistema, sendo elas derivadas a partir de diferentes cálculos sobre a evasão dos alunos.

Neste trabalho nos referimos à evasão dos acadêmicos, quando ele deixa o curso por qualquer razão: (I) muda de curso, mas permanece na IES, (II) muda para outro curso de outra IES ou (III) abandona os estudos universitários. Neste sentido, procuramos medir a evasão não só verificando quantos alunos entraram menos quantos saíram, mas quais as razões que o levaram a evadir ou permanecer no curso, como diz Lobo (2012), “para que seja possível evitar outras perdas pelos mesmos motivos com ações que gerem mudanças e essas só acontecem se entendemos, claramente, o que está ocorrendo.”.

No que se refere à permanência do acadêmico nas instituições, o Fórum Nacional de Pró-Reitores de Assuntos Comunitários e Estudantis elaborou em 2007 sugestões junto ao Plano Nacional de Assistência Estudantil (PNAES) sobre a necessidade de expansão do ensino, buscando diretrizes norteadoras para programas e projetos desde a educação básica, combatendo as desigualdades sociais, permitindo a permanência dos discentes com baixas condições financeiras.

As políticas de assistência aos estudantes são ferramentas que podem ser utilizadas pelas Instituições de Ensino Superior (IES), porém cabe a ela definir uma metodologia de organização para melhor atender a demanda de alunos com vistas a minimizar a evasão.

2.1 AS PROPOSTAS DA UNEMAT PARA A PERMANÊNCIA DOS ACADÊMICOS

Como vimos às políticas de assistência aos estudantes quando bem conduzidas tem sido um forte aliado para a permanência dos acadêmicos na Universidade. Neste sentido procuramos identificar a proposta da UNEMAT no que se refere as políticas de acesso e permanência aos acadêmicos desta Instituição.

Como uma instituição pública de Ensino Estadual, a UNEMAT oferece vagas por meio de Vestibular próprio e do Sistema de Seleção Unificada do MEC (SiSU) no qual as instituições públicas de ensino superior oferecem vagas a candidatos participantes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Quanto às políticas de acesso, o candidato pode optar por concorrer em três categorias distintas: (I) *Ampla Concorrência*, onde são ofertados 40% (quarenta por cento) do total de vagas; (II) *Sistema de Cotas*, na qual 25% (vinte e cinco por cento) das vagas são destinadas aos estudantes auto declarados negros ou pardos que se enquadrarem no Programa de Integração e Inclusão Étnico-Racial (PIIER) e (III) *Ação Afirmativa* (Escola Pública) sendo 35% (trinta e cinco por cento) do total das vagas destinadas a estudantes que cursaram, integralmente, o ensino fundamental e médio em escolas públicas (SiSU).

Quanto à política de permanência, a UNEMAT tem disponibilizado aos acadêmicos, auxílio financeiro para o desenvolvimento de suas atividades, são eles:

Bolsa Extensão, que incentiva o ingressante na universidade à formação acadêmica, visando à articulação do ensino, pesquisa e extensão, assegurando sua qualidade profissional;

Bolsa Apoio ao Estudante, destinadas aos acadêmicos matriculados nos cursos de graduação de situação financeira vulnerável.

Auxílio Alimentação e Moradia, destinadas aos acadêmicos com vulnerabilidade socioeconômica comprovada para a arcarem com os custos de moradia e necessidades alimentares.

Oferece também bolsas em parceria com outras Instituições, como as do:

Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à docência (PIBID), do governo federal, que oferta bolsas aos estudantes de licenciatura plena, para que os mesmos possam exercer suas atividades pedagógicas em escolas públicas do ensino básico, aperfeiçoando seus conhecimentos e contribuindo para a qualidade de ensino dessas escolas;

Programa Formação de Células Cooperativas (FOCCO), que tem por finalidade aumentar a taxa de permanência e aprovação de estudantes nos cursos de graduação, bem como a formação destes profissionais;

Programas de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/PROBIC), voltado para o aluno de graduação, centrado na iniciação científica de novos talentos, incentivando a formação de novos pesquisadores em atividades ligadas a projetos de pesquisa.

Não identificamos entre os auxílios/programas apresentados pela UNEMAT, nenhuma referência explícita quanto à assistência aos acadêmicos no que diz respeito à saúde, esporte, cultura e lazer, como destacado por Alves (2012, p.3): "Para que o estudante possa desenvolver-se em sua plenitude acadêmica torna-se necessário associar, à qualidade do ensino ministrado, uma política efetiva de assistência, em termos de moradia, alimentação, saúde, esporte, cultura e lazer, entre outras condições.".

3. O OLHAR DOS ACADÊMICOS SOBRE O CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Com vistas a identificar os motivos que levam os acadêmicos a permanecerem ou saírem do Curso realizamos uma análise documental e aplicamos três tipos de questionários com perguntas abertas e fechadas aos acadêmicos evadidos, formados e em formação, ingressantes da turma 2009/1.

Fizemos o levantamento dos dados dos ingressantes, como: nome, e-mail, estado atual no curso e a forma de ingresso junto a Coordenação do Curso, com o intuito de entrarmos em contato com os acadêmicos, via telefone, e-mail e redes sociais para convidá-los a preencherem os questionários.

Nos três questionários, as cinco primeiras perguntas foram voltadas a identificação dos participantes. No questionário I, para os formados, foram elaboradas onze questões. No questionário II para os que ainda estão em formação, foram elaboradas dezesseis. E no questionário III para os evadidos, foram elaboradas quatro questões.

Nem todos os quarenta acadêmicos que ingressaram no Curso no ano de 2009/1 foram localizados para responder os questionários. Foram 22 sujeitos que responderam os questionários, entre eles, os cinco formados; dos oito acadêmicos que ainda estão em formação, cinco responderam ao questionário; e entre os vinte e sete que evadiram do curso foram localizados dezesseis, dos quais doze responderam ao questionário. Identificaremos esses acadêmicos da seguinte maneira: os *formados* de $F_1, F_2, ..., F_5$ os que estão *em formação* por $A_1, A_2, A_3, ..., A_5$ e os que *evadiram* do curso por $E_1, E_2, E_3, ..., E_{12}$.

As perguntas apresentadas nos questionários consideraram a percepção dos entrevistados em relação aos motivos que os levaram a concluírem, a ainda estar cursando ou a abandonar o curso de graduação. As perguntas foram compostas de uma afirmação e uma escala na qual o entrevistado deveria marcar sua opinião, para cada uma delas da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Principal motivo	⇐	Mais Relevante			Pouco relevante		⇒	Irrelevante		

A seguir, apresentamos no quadro 1, as respostas dos alunos formados sobre cada um dos motivos que dificultaram ou possibilitaram que concluíssem o Curso no prazo previsto.

Quadro 1: Relevância relatada pelos formados da turma de 2009/1 de acordo com os motivos.

Motivos	Relevância
Deficiência na formação básica	1, 1, 7, 2, 1
Não querer ser professor.	12, 7, 12, 4, 4
Concluiu o curso mesmo não sendo o curso que queria fazer.	2, 8, 11, 4, 4
Dificuldade em entender o conteúdo, em resolver os problemas matemáticos.	2, 6, 8, 8, 2
Problema de relacionamento com o professor	12, 10, 10, 4, 3
Problema de relacionamento com colegas de sala	12, 11, 9, 12, 4
Falta de estrutura física - Sala de aula, laboratórios, livros, computador.	2, 3, 4, 4, 2
Recursos didáticos disponíveis - data show, vídeo	3, 2, 5, 4, 2
Apoio ao estudante – bolsas	3, 9, 3, 4, 2
Excesso de conteúdos das disciplinas para estudar.	3, 4, 2, 4, 4
Falta de estrutura física - laboratórios, livros, computador	2, 3, 6, 4,2
Não tinha tempo disponível para estudar	12, 5, 1, 3, 1

Fonte: Informações coletadas através da aplicação de questionário aos formados da turma de 2009/1

Como podemos observar na tabela 1, os motivos mais relevantes destacados pelos acadêmicos formados foi a sua deficiência em conteúdos da formação básica e a falta de tempo disponível para estudar, seguidos da falta de recursos didáticos disponíveis e de estrutura física. Destacamos a seguir alguns trechos das falas dos acadêmicos que constatam esse fato, como o de F_1: *Vejo que, o que mais comprometeu a conclusão do curso de Licenciatura Plena em Matemática, foi à deficiência na minha formação básica, o que de fato atrapalhou meu desenvolvimento no aprendizado* e de F_3: *Durante o curso muitas foram às dificuldades encontradas, desde a falta de estrutura física, de materiais.*

No quadro a seguir apresentamos os motivos relatados pelos acadêmicos em formação sobre os motivos que retardaram a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática no prazo especificado.

Quadro 2: Motivos relatados pelos acadêmicos em formação da turma de 2009/1 que comprometeram a conclusão do curso no prazo especificado

Motivos	Relevância
Deficiência na formação básica	2, 1, 1, 1, 1
Não querer ser professor.	3, 12, 8, 2, 12
Concluiu o curso mesmo não sendo o que queria fazer.	4, 4, 7, 2, 12
Dificuldade em entender o conteúdo, em resolver os problemas matemáticos.	1, 1, 3, 2, 3
Problema de relacionamento com o professor	1, 2,12, 3, 11
Problema de relacionamento com colegas de sala	2, 4, 10, 4, 12
Excesso de conteúdos das disciplinas para estudar	1, 2, 11, 3, 2
Falta de estrutura física - Sala de aula, laboratórios, livros, computador.	3, 4, 5, 4, 2
Recursos didáticos disponíveis. - data show, vídeo	3, 4, 6, 2, 12
Apoio ao estudante – bolsas	1, 4, 9, 4, 12
Não tinha tempo disponível para estudar	3, 1, 2, 3, 3

Fonte: Informações coletadas através da aplicação de questionário para os acadêmicos que ainda estão em formação da turma de 2009/1

Ao observarmos as informações apresentadas no quadro 2, podemos perceber que os acadêmicos ainda em formação destacam como motivos mais relevantes, a sua deficiência em conteúdos da formação básica, a dificuldade em entender o conteúdo, em resolver os problemas matemáticos, seguidos do excesso de conteúdos das disciplinas para estudar e da falta de tempo disponível para estudar, como podemos constatar em alguns trechos das falas do acadêmico A_3: *Tenho duvidas, pois ainda não me sinto autossuficiente para prestar um bom trabalho no ensino médio acho que ainda tenho muito que aprender antes de ensinar, afinal, não tive um bom ensino médio pelas condições que me foram imposta para estudar.*

No quadro a seguir, apresentamos as informações sobre os motivos relatados pelos acadêmicos que evadiram do curso de Licenciatura em Matemática.

Quadro 3: Motivos relatados pelos evadidos da turma de 2009/1 do curso de Matemática

Motivos	Relevância
Deficiência na formação básica	12, 10, 2, 3, 2, 2, 10, 12, 3, 1, 1, 4
Não querer ser professor.	3, 5, 4, 1, 1, 3, 11, 1, 4, 2, 4, 5
Não era o curso que queria fazer.	12, 11, 2, 2, 2, 3, 4, 12, 4, 4, 3, 6
Não foi a 1ª opção de escolha de minha preferência	12, 9, 4, 2, 2, 4,12, 12, 4, 3, 4, 7
Dificuldade em entender o conteúdo, em resolver os problemas matemáticos.	12, 4,1, 1, 1, 1, 9, 12, 3, 1, 1, 3
Problema de relacionamento com o professor	12, 12, 4, 3, 4, 4, 8, 12, 4, 2, 1, 8
Problema de relacionamento com colegas de sala	12, 12, 4, 4, 4, 4, 7, 12, 4, 2, 4, 9
Excesso de conteúdos das disciplinas para estudar	12, 3, 1, 1, 2, 1, 2, 12, 3, 4, 1, 2
Falta de estrutura física - Sala de aula, laboratórios, livros, computador.	3, 8, 3, 4, 2, 1, 5, 12, 4, 3, 4, 12,
Recursos didáticos disponível (data show, vídeo)	4, 6, 3, 4, 2, 2, 3, 12, 4, 2, 4, 11
Apoio ao estudante – bolsas	4, 7, 2, 4, 3, 1, 6, 12, 4, 3, 1, 10
Não tinha tempo disponível para estudar	12, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 12, 1, 2, 1, 1

Fonte: Informações coletadas através da aplicação de questionário para os evadidos da turma de 2009/1 do curso de Matemática

Podemos observar que as informações apresentadas no quadro 3 pelos acadêmicos, que entre os motivos mais relevantes para a sua evasão estão: a sua deficiência em conteúdos da formação básica, a dificuldade em entender o conteúdo, seguidos do excesso de conteúdos das disciplinas para estudar e da falta de tempo disponível para estudar, como podemos constatar nas falas dos acadêmicos E_2: *Devido ao fato de ter sido convocada para o cargo público de Agente Penitenciário e morar em uma cidade a 150 km da faculdade não seria possível frequentar todas as aulas e* E_9: *[...] o que me comprometeu foi o trabalho me privando o tempo, sendo quase que impossível estar liberado todos os dias no horário disponível para se locomover para a faculdade*.

A deficiência dos acadêmicos evadidos em conteúdos da formação básica pode ser constatada ao observarmos no quadro 4 as disciplinas em que eles reprovaram no período de 2012/2 a 2014/2.

Quadro 4: Quantidade de vezes que os acadêmicos evadidos da turma de 2009/1 reprovaram e em quais disciplinas

Reprovações	Número de vezes	Disciplinas
E_1, E_5, E_6	Desistiram no primeiro semestre	--
E_2	1x	Cálculo I
E_3, E_4, E_8, E_9, E_{10}, E_{12}	1x, 2x, 2x, 1x, 1x, 1x	Introdução ao Cálculo
E_3, E_4, E_7, E_8, E_9, E_{10}, E_{11}, E_{12}	2x, 3x, 1x, 2x, 2x, 1x, 1x, 1x	Trigonometria e Números Complexos
E_{12}	1x	Geometria Euclidiana Plana

Fonte: Informações coletadas através da aplicação de questionário aos evadidos da turma de 2009/1 do curso de Matemática

A deficiência na formação básica nos dá indícios de ser um dos motivos que interferem no processo de conclusão do curso de Matemática, visto que ao ingressar na universidade o acadêmico se depara com dificuldades em conhecimentos básicos conforme podemos observar no quadro 4 as disciplinas nas quais os acadêmicos são reprovados são as que tratam de conteúdos da formação básica e que são consideradas como um dos fatores que tem levado ao aumento dos índices de evasão dos acadêmicos no curso.

Segundo Bittar *et al* (2012) o número de formandos de cada turma de Licenciatura em Matemática, em instituições públicas ou privadas, em todo país é sempre muito pequeno e Gatti (1997, p. 38) afirma que, "do total de alunos ingressantes em licenciaturas em Matemática, somente 6,2% as concluem". Vale destacar que o percentual de acadêmicos evadidos no curso de Licenciatura em Matemática da UNEMAT corresponde a 67,5% do total dos que ingressaram em 2009/1.

A análise dos questionários respondidos pelos sujeitos da pesquisa nos possibilitou também agrupar em três categorias os motivos da evasão ou permanência dos acadêmicos no Curso de Licenciatura em Matemática: *Ensino*, *Pessoais* e *Universidade*. A seguir, detalhamos cada uma delas:

Ensino: Nível de excelência do curso; os problemas de relacionamento entre professor-aluno e deficiência dos acadêmicos em relação aos conhecimentos matemáticos aprendidos na formação básica.

Pessoais: Dificuldades de conciliar os problemas propostos na universidade com obrigações familiares e profissionais.

Universidade: A estrutura universitária; a opção equivocada do curso e a falta de opção pelo período em que o acadêmico pode estudar.

Das três categorias destacamos algumas das respostas dos acadêmicos que sobressaíram. Na categoria *Ensino* apresentamos o que os acadêmicos pensam em relação aos problemas de relacionamento entre professor-aluno. O acadêmico formado F_1 diz que*: [...] precisamos de professores com mais responsabilidade e competência, [...] claro que a universidade tem excelentes professores, porém, nem todos são assim, o que revoga o processo-aprendizagem dos alunos.* Para A_1 que ainda está em formação, *O curso é ótimo basta investir mais um pouco, e ter profissional que compreenda o aluno [...] Bom em algumas partes, tem muitos professores bons, mas nem tudo é perfeito com alguns.* Para o acadêmico E_{10} que evadiu do curso:

> ...] existia naquela época que alguns dos professores nos motivavam a desistir do curso, penso que eles seriam o primeiro a nos motivar por saber que o curso de matemática não é fácil. Enfim, com as minhas dificuldades e mais esta pressão dos professores [...] me motivou a desistir do curso indo fazer Letras [...].

Na categoria *Pessoais*, apresentamos a fala do acadêmico sobre a dificuldade de conciliar os problemas propostos nas universidades com obrigações familiares e profissionais como motivo, F_3 diz que: *[...] a necessidade de trabalhar para conseguir estudar e, consequentemente, limitando o tempo para estudo extraclasse*.

Destacamos na categoria *Universidade*, a estrutura universitária que aparece nas falas dos acadêmicos mostrando que a falta de salas de aula, laboratórios, livros entre outros é um dos motivos de não continuarem no Curso, o acadêmico A_3 diz que o Curso: *[...] não possui espaço físico apropriado, falta quadros negro os que temos estão em péssimas condições e são pequenos, a cada semestre o aluno esta num* *pavilhão diferente da faculdade;* e o F_3: *Durante o curso muitas foram às dificuldades encontradas, desde a falta de estrutura física, de materiais.* Já F_1 relata que:

> [...] a deficiência de estrutura da universidade afeta muito, [...]. Outra coisa que deixou a desejar foi à falta de materiais didáticos, bem como, salas de laboratório. No curso tinha disciplinas de laboratórios, porém, não utilizávamos salas de laboratório, nossas aulas se resumiam em atividades de sala de aula.

Como diz Alves (2012, p. 3), "Para o desempenho do seu papel social, o estudante universitário precisa, igualmente, de livros, equipamentos de aprendizagem prática, acesso à informação e oportunidade de participação em eventos acadêmicos e culturais.".

Podemos salientar a importância de estudos que viabilizem uma análise aprofundada sobre a forma de ingresso na Universidade, a permanência e a evasão, com intuito de provocar mudanças, que venham a proporcionar de fato uma melhor formação acadêmica, evitando o fenômeno da evasão.

Destacamos o oferecimento de bolsas ofertadas pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) como determinante para a diminuição na saída dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, como pode ser constatado na fala da acadêmica formada F_4:

> [...] a escolha pelo curso foi uma segunda opção então no início não tive grandes expectativas, mas no decorrer do curso me apaixonei por essa profissão, deve destacar que grande parte deste encanto foi motivado durante minha atuação como bolsista Pibid.

Oferecimento de bolsas aos acadêmicos e a reformulação a qual o Curso passou no que se refere, por exemplo, a ampliação das disciplinas que proporcionam um revisitar de conteúdos ministrados na educação básica pode ter influenciado em diminuir o número de acadêmicos desistentes.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca de respostas a questão: *Quais os motivos que levam os acadêmicos ingressantes no período de 2009/1 a permanecer ou a evadir do Curso de Licenciatura em Matemática, Câmpus Universitário de Cáceres/UNEMAT*? pudemos elaborar a partir da análise dos questionários respondidos pelos acadêmicos três categorias *Ensino*, *Pessoais* e *Universidade*, que nos eram subsídios para identificarmos alguns dos motivos da permanência ou evasão do acadêmico no Curso de Matemática.

Percebemos que os motivos não variam quanto ao sujeito, seja ele formado, em formação ou evadido, e que eles estão relacionados principalmente à deficiência dos acadêmicos em relação à aprendizagem obtida nas fases iniciais de sua vida escolar, assim como, às dificuldades dos acadêmicos em assimilar os conteúdos ministrados na Universidade.

Outros motivos que nos dão indícios da evasão dos acadêmicos estão relacionados à relação entre professor e aluno e aos métodos de ensino adotados por alguns docentes, baseados somente na transmissão-recepção de conhecimentos não se preocupando com a aprendizagem efetiva dos alunos em sua disciplina.

Embora existam programas de acesso e permanência dentro da UNEMAT, como o PIIER, os acadêmicos citaram apenas as bolsas do PIBID que são ofertadas pelo governo federal. Não constatamos nenhuma influência das propostas da Universidade quanto à permanência no Curso dos acadêmicos ingressantes do semestre 2009/1. Os acadêmicos relatam que a sua permanência se deve por gostarem do curso, por buscar uma melhoria de vida, por querer terminar a graduação ou porque sempre quiseram ser professor de matemática.

Mesmo verificando que o percentual de concluintes do curso é de 12,5%, superior ao que apresenta Gatti de 6,2%, entendemos que ele ainda é baixo considerando o número de vagas ociosas no Curso, o que representa uma perda social, um desperdício do dinheiro público e de tempo de todos os envolvidos no processo educacional.

Ao analisarmos os dados encontrados nesta pesquisa pensamos que uma das propostas para evitar o número de evadidos do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UNEMAT – *Campus* Universitário "Jane Vanini" pode ser a ampliação da assistência aos acadêmicos, assim como a criação de programas de monitoria, especialmente no primeiro ano, quando muitos acadêmicos apresentam dificuldades nos conteúdos das disciplinas básicas.

REFERÊNCIAS

[1] Alves, J. M. A assistência estudantil no âmbito da política de educação superior pública. 2012. Disponível em www.uel.br/revistas. Acesso em: 12 abr. 2015.

[2] Bittar, Marilena- Oliveira, Adriana Barbosa- Santos, Rafael Monteiro e Burigato, Sonia Maria Monteiro da Silva: A evasão em um curso de matemática em 30 anos. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. vol. 3 - número 1. 2012.

[3] BRASIL/Ministério da Educação. Secretaria de Educação Superior. Programa de avaliação institucional das universidades brasileiras (PAIUB). Brasília: 1994.

[4] Brasil / MEC / Sesu. Secretaria de Educação Superior / Ministério da Educação. Comissão especial de estudos sobre a evasão nas universidades públicas brasileiras. Brasília, 1996/1997 Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me001613.pdf. Acesso em: 16 maio. 2015.

[5] Gaioso, N. P. L. O fenômeno da evasão escolar na educação superior no Brasil. Relatório técnico. Pró-reitoria de Pós-graduação e Pesquisa, Universidade Católica de Brasília, 2005.

[6] Gatti, B. A. Formação de professores e carreira: problemas e movimentos de renovação. Campinas, SP: Autores Associados, 1997. 135 p.

[7] Gatti, Bernadete A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. Educação & Sociedade, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez. 2010. Disponível em http://www.cedes.unicamp.br. Acesso em: 12 abr. 2015.

[8] Kipnis, B. A pesquisa institucional e a educação superior brasileira: um estudo de caso longitudinal da evasão. Linhas Críticas, Brasília, v.6, n 11, jul/dez- 2000.

[9] Lobo, Maria Beatriz de Carvalho Melo. Panorama da evasão no ensino superior brasileiro: aspectos gerais das causas e soluções. ABMES Cadernos. nº 25. 2012.

[10] Ristoff, Dilvo I. Perfil socioeconômico do estudante de graduação: uma análise de dois ciclos completos do Enade (2004 a 2009). Rio de Janeiro: Flacso/Brasil – Cadernos do Gea, n. 4, jul./dez. 2013.

[11] Santos, Francely Aparecida. Evasão discente no ensino superior: Estudo de caso de um curso de Licenciatura em Matemática. Tese Doutorado (do Programa de Pós-Graduação em Educação), Universidade Metodista de Piracicaba-Unimep. Piracicaba/SP, 2012.

Capítulo 17

Estágio docência: Lócus de formação continuada do(a) professor(a)

Regina Alves Costa Fernandes
Dalva Eterna Gonçalves Rosa

Resumo: Este artigo descritivo-analítico aborda as atividades de Estágio Docência (E. D.) desenvolvidas enquanto doutoranda, nos 1º e 2º semestres de 2016 na disciplina de "Estágio em Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental III", do curso de Pedagogia da Faculdade de Educação (F. E.) da Universidade Federal de Goiás, ministrada pela professora Dra. Dalva Eterna Gonçalves Rosa. O E. D. é uma atividade obrigatória do programa de Pós-graduação em Educação Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Goiás (UFG), conforme previsto na resolução CEPEC/UFG Nº 1403/2016. Vale ressaltar que as atividades desenvolvidas nesta disciplina são consideradas como possibilidades de formação e desenvolvimento dos professores da escola na relação com os estagiários. Elas ocorreram nas dependências da FE/UFG (aulas) e por meio de observação, registro, problematizações, discussões e análise teórica da prática docente cotidiana na Escola Municipal Jardim América – escola campo das estudantes em formação do curso supracitado. Uma das atividades desenvolvidas no E. D. foi o planejamento e desenvolvimento de uma oficina "Matemática na Educação Infantil", na perspectiva da Educação Matemática, direcionada para as professoras da escola campo de estágio.

1.INTRODUÇÃO

O Estágio Docência (E. D.) é uma atividade obrigatória do programa de Pós-graduação em Educação Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Goiás (UFG), conforme previsto na resolução CEPEC/UFG Nº 1403/2016, artigo 47, "os estudantes de Pós-Graduação da UFG cumprirão o Estágio Docência com o objetivo de exercitarem a docência" (UFG, 2016, p. 15). Esta atividade também atende a portaria nº 76, de 14 de Abril de 2010, da Coordenação de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que em seu artigo 18 determina que a mesma é "parte integrante da formação do pós-graduando, objetivando sua preparação para a docência, e a qualificação do ensino de graduação sendo obrigatório para todos os bolsistas do Programa de Demanda Social" (BRASIL, 2010, p. 8).

Assim, este artigo descritivo-analítico aborda as atividades de E. D. desenvolvidas nos 1º e 2º semestres de 2016 na disciplina de "Estágio em Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental III", do curso de Pedagogia da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás, ministrada pela professora Dra. Dalva Eterna Gonçalves Rosa. Vale ressaltar que as atividades desenvolvidas nesta disciplina são consideradas como possibilidades de formação e desenvolvimento dos professores da escola na relação com os estagiários. Elas ocorreram nas dependências da FE/UFG (aulas) e por meio de observação, registro, problematizações, discussões e análise teórica da prática docente cotidiana na Escola Municipal Jardim América – escola campo das estudantes em formação do curso supracitado.

2.A UNIVERSIDADE: *LÓCUS* DE ATIVIDADE TEÓRICA DE CONHECIMENTO E FUNDAMENTAÇÃO

No 1º semestre de 2016 as atividades do E. D. foram desenvolvidas nas dependências da UFG, durante as aulas presenciais de estágio. As aulas aconteciam uma vez por semana no período matutino e foram planejadas pela professora da disciplina, que no caso também é minha orientadora do doutorado. Estas atividades foram: acompanhar e planejar as aulas e estudo dirigido; participar da orientação dos protocolos de registros de observações e de elaboração de projetos de ensino e aprendizagem; participar da avaliação de aprendizagem das estagiárias; planejar e desenvolver um minicurso (oficina) com professores da escola campo de estágio.

Durante as aulas no curso de Pedagogia, acompanhávamos as atividades planejadas e desenvolvidas colaborativamente com a professora, bem como a leitura dos protocolos de registros de observação e na elaboração dos projetos que eram feitos pelas acadêmicas do curso de Pedagogia. Estas atividades foram enriquecedoras para mim, enquanto professora licenciada em Matemática, quanto ao planejamento de atividades para a Educação Infantil, sendo que neste espaço, tive a oportunidade de aprofundar estudos a respeito do ensino de Matemática nesta fase.

Digo aprofundar, pois atuo como docente no curso de Pedagogia com a disciplina de Fundamentos e Métodos do Ensino de Matemática. Essa disciplina tem como objetivo geral compreender os aspectos teóricos e metodológicos inerentes ao processo ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Infantil e na 1ª etapa do Ensino Fundamental, na perspectiva da Educação Matemática. E diante de um contexto que às vezes remete à negação da Matemática, faz-se necessário ressaltar que um dos grandes desafios para os cursos de licenciatura é promover a articulação entre os conhecimentos pedagógicos e os conhecimentos específicos, (PIMENTA, 2005).

Durante as aulas, nas discussões dos textos, em que se debatia a respeito da legislação desta etapa, ressalto as questões que envolvem a dimensão do "cuidar" relacionado com o "educar", como destaca as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Infantil:

> Na efetivação desse objetivo, as propostas pedagógicas das instituições de Educação Infantil deverão prever condições para o trabalho coletivo e para a organização de materiais, espaços e tempos que assegurem: I - a educação em sua integralidade, entendendo o cuidado como algo indissociável ao processo educativo (BRASIL, 2009, p. 02).

Outra atividade que realizamos neste estágio foi à orientação das acadêmicas na elaboração dos projetos que seriam desenvolvidos na escola campo. Na ocasião, tive a oportunidade de orientar uma aluna que iria desenvolver uma proposta com base na articulação da literatura com a Matemática. Foi muito interessante porque houve uma troca de experiência significativa, visto que eu pude fazer algumas intervenções no projeto em relação à Matemática, em que ela não conseguia explorar os conteúdos dessa disciplina nos livros que iria utilizar no projeto. Por outro lado, eu ia aprendendo com ela sobre como as atividades deveriam ser organizadas, os aspectos como a linguagem, a rotina, os recursos, entre outros, inerentes ao trabalho com as crianças da Educação Infantil.

As avaliações das acadêmicas eram realizadas em conjunto entre eu e a professora da disciplina. Eu recebia as atividades, fazia a minha leitura a respeito do desenvolvimento delas e junto decidíamos os 'caminhos' para o desenvolvimento de cada atividade. Para isso eu fazia o registro das observações e colocava minhas impressões. Após esta primeira análise, os resultados eram socializados com a professora e juntas concluíamos a avaliação da atividade.

A avaliação final da disciplina, também foi realizada conjuntamente com a professora, em que todo o processo foi considerado, aspectos como: desenvolvimento individual e coletivo das acadêmicas, habilidades e atitudes, próprias da profissão docente. Nesta ação de avaliar, a troca dos diversos 'olhares', favoreceu o percurso formativo dos sujeitos envolvidos, alternando os momentos de formação inicial (acadêmicas) e continuada (doutoranda).

3.A ESCOLA: *LÓCUS* DE SABERES COLETIVO

A última atividade do E. D. foi planejar e desenvolver a oficina "Matemática na Educação Infantil", na perspectiva da Educação Matemática, direcionada para as professoras da escola campo de estágio.

A ação relacionada ao desenvolvimento desta oficina surgiu pela necessidade das professoras em conhecer um pouco mais a respeito do ensino de Matemática na Educação Infantil. Esta era uma ação proposta no Plano de Desenvolvimento da Escola (PDE). Este também foi um trabalho coletivo entre eu, a professora de estágio e uma colega pós-graduanda que também fez o E. D. em outra turma de estágio desta mesma professora orientadora.

O objetivo da oficina era contribuir para a reflexão individual e coletiva sobre a ação docente voltada para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Infantil, favorecendo a interação entre os professores cursistas. Ela foi organizada inicialmente com atividades que exploravam os conhecimentos que a professoras tinham a respeito do ensino de Matemática, a fim de que pudéssemos fazer um diagnóstico.

Após este momento inicial de diagnóstico, abordamos alguns aspectos conceituais que envolvem a Educação Infantil na perspectiva crítica. A Educação Infantil é a primeira etapa da Educação Básica oferecida em creches e pré-escolas, que caracterizam-se como espaços institucionais não domésticos que constituem estabelecimentos educacionais públicos ou privados que educam e cuidam de crianças de 0 a 5 anos de idade no período diurno, em jornada integral ou parcial, regulados e supervisionados por órgão competente do sistema de ensino e submetidos a controle social, (BRASIL, 2013). A criança é considerada como sujeito histórico e de direitos que, nas interações, relações e práticas cotidianas que vivencia, constrói sua identidade pessoal e coletiva, brinca, imagina, fantasia, deseja, aprende, observa, experimenta, narra, questiona e constrói sentidos sobre a natureza e a sociedade, produzindo cultura. O currículo nesta perspectiva é considerado como o conjunto de práticas que buscam articular as experiências e os saberes das crianças com os conhecimentos que fazem parte do patrimônio cultural, artístico, ambiental, científico e tecnológico, de modo a promover o desenvolvimento integral de crianças de 0 a 5 anos de idade. Neste sentido, o conhecimento matemático

> [...] atende, por um lado, às necessidades das próprias crianças de construírem conhecimentos que incidam nos mais variados domínios do pensamento; por outro, corresponde a uma necessidade social de instrumentalizá-las melhor para viver, participar e compreender um mundo que exige diferentes conhecimentos e habilidades. (BRASIL, 1998, p. 207).

Finalizamos a oficina com a elaboração de atividades pelas professoras parceiras, que poderiam ser utilizadas em sala de aula e a socialização dos grupos a respeito destas atividades.

Esse foi um trabalho muito rico e desafiador, devido às possibilidades de trocas de experiências entre nós três, pois envolvia a experiência da orientadora de estágio com a escola campo, a minha experiência com essa fase de ensino, pois trabalho na rede estadual de ensino e desenvolvo atividades junto aos professores de Matemática desta rede e a experiência, da outra colega doutoranda, com a formação inicial de professores de Matemática.

No desenvolvimento destas atividades pudemos explorar os conteúdos de Matemática na Educação Infantil relacionados aos processos mentais básicos como correspondência, comparação, classificação, ordenação: seriação ou sequenciação, inclusão e conservação de forma lúdica e elaborada como preconiza Lorenzato (2008), contrapondo a ideia de que nesta etapa se restringe apenas às brincadeiras.

Assim, a Matemática foi evidenciada nas atividades permanentes como as rodas de conversa ao estabelecer critérios para a formação da roda, os padrões numéricos: qual o segredo? Roda "sanduíche" ou em duplas. E as possibilidades matemáticas no momento da exploração do quadro de presença na hora da chamada: comparação do comprimento das colunas; quantidade de meninas e meninos presentes (contagem); correspondência um a um (maior e menor); noção de sucessor de um número.

> Os lugares da prática educativa, as escolas e outras instâncias existentes num tempo e num espaço, são o campo de atuação dos professores (os já formados e os em formação). O conhecimento e a interpretação desse real existente serão o ponto de partida dos cursos de formação, uma vez que se trata de possibilitar aos futuros professores as condições e os saberes necessários para sua atuação profissional. (PIMENTA; LIMA, 2006, p. 5).

E concebendo esse momento como espaço de formação inicial e continuada, alguns aspectos merecem ser destacados. Primeiro foi a *interação* entre todos os sujeitos envolvidos: nós e as professoras da escola e entre elas, no momento de planejarem algumas atividades propostas na oficina. Particularmente, aprendi sobre o trabalho com as crianças, os cuidados que devemos ter ao conduzir as atividades, atenção à linguagem, o cuidado com a utilização de materiais, a atenção com as formas de expressão das crianças. Aspectos estes que a formação inicial, na graduação e até mesmo na pós-graduação quase não são contemplados.

Outro aspecto significativo foi a satisfação das professoras, no desenvolvimento da oficina. Muitas destacaram que esse momento proporcionou novas ideias de como a Matemática pode ser explorada em atividades simples e corriqueiras da sala de aula. Uma das professoras assim se manifestou ao final da oficina: "Obrigado por lançarem luz sobre nossa prática e pela partilha generosa de conhecimento" (professora A)

Pudemos perceber que a oficina abriu um novo campo de visão em relação às ideias matemáticas em que estas não se restringem somente a contar. Sobre essa questão duas outras professoras disseram:

> Aprendi que tem diferentes formas de trabalhar a matemática, com música, livros, brincadeiras e muito mais. Que a matemática pode ser encontrada em tudo, desde um calendário até a forma em que as cadeiras são dispostas na sala (professora B).
>
> Hoje aprendi que as crianças trazem consigo inúmeras hipóteses, ideias, possibilidades e nós como educadoras precisamos explorar esses conhecimentos através, principalmente de perguntas que levem a criança a pensar. Eu ressaltaria a importância de iniciarmos os pequenos a raciocinar! (professora C).

Enfim, esta foi uma experiência significativa para minha prática docente, pois ampliei meu campo de conhecimento, aprendendo sobre as especificidades da Educação Infantil. A princípio, achei desnecessário o E. D., pois já tenho experiência com o ensino superior, no curso de Pedagogia. Mas, diante desta oportunidade- vejo a importância deste componente para minha formação continuada, no que diz respeito a minha prática docente como professora formadora de professores.

REFERÊNCIAS:

[1] Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil: Formação pessoal e social. Volume 2. Brasília: MEC, SEF, 1998.

[2] ______. Resolução n. 5, de 17 de dezembro de 2009. Fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil. Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. Brasília: CNE/CEB, 2009.

[3] ______. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Portaria nº 76/2010. Regulamento do programa de demanda social. Diário Oficial da União, Brasília, 14 de abril de 2010.

[4] Lorenzato, Sergio. Educação Infantil e percepção matemática. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2008. Coleção Formação de Professores.

[5] Pimenta, Selma Garrido. Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente. Educação e Pesquisa. Revista da Faculdade de Educação – USP. São Paulo. Set/Dez. vol. 31, nº 3, p. 521 - 539. 2005.

[6] Pimenta, Selma Garrido e Lima, Maria Socorro Lucena. Estágio e docência: diferentes concepções. Revista Poíesis -Volume 3, Números 3 e 4, pp.5-24, 2005/2006.

[7] Reame, Eliane [et al.]. Matemática no dia a dia da educação infantil: rodas, cantos, brincadeiras e histórias. São Paulo: Livraria Saraiva, 2013.

[8] Universidade Federal de Goiás. Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação. Resolução Cepec nº 540/01: Aprova o novo Regulamento Geral dos Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu da Universidade Federal de Goiás, revogando a Resolução Cepec Nº 1075. 10 jun 2016.

Autores

AUTORES

ALINE MARCA

Possui graduação Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Comunitária da Região de Chapecó - UNOCHAPECÓ (2008), Especialização em Gestão Escolar pela Universidade Comunitária da Região de Chapecó - UNOCHAPECÓ (2017) e Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR (2015).Tem interesse na área de Matemática, atuando como professora da disciplina nos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Técnico e Ensino Superior em rede pública e particular de ensino.

ANA CLÁUDIA GOUVEIA DE SOUSA

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Mestra em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Especialista em Leitura e Formação do Leitor pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e em Planejamento Educacional pela Universidade Salgado de Oliveira. Graduada em Ciências Contábeis (1994) e em Pedagogia (2004) , ambas pela UFC. Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE. Possui experiência tanto na Educação Básica quanto superior, com ênfase em Metodologias de Ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: formação docente, ensino, aprendizagem, metodologias, matemática e linguagem

CHANG KUO RODRIGUES

Possui graduação em Licenciatura em Ciências Plenas pelo Centro Universitário de Brasília (1984), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999) e doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009). Atualmente é professora colaboradora do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Financeira, Educação Estatística, Inclusão, Ensino da Matemática na Educação Básica e Superior.

CLAUDIA LAUS ANGELO

Professora do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa (Unipampa), campus Bagé. Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp), campus de Rio Claro e Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina.

CRISTIANE DOS SANTOS LEITE

Possui Graduação em Matemática pela UNEMAT – Universidade do Estado de Mato Grosso, e Pós Graduação em Matemática e Física pela FAVENI – Faculdade Venda Nova do Imigrante. Atuou como professora nas escolas do município de Mirassol D'Oeste – MT e atualmente é Coordenadora Pedagógica da ABMSA – Centro Social João Paulo II.

DALVA ETERNA GONÇALVES ROSA

Possui graduação em Pedagogia pela Associação Educativa Evangélica (1979), especialização em educação pela Universidade Federal de Goiás(1988), mestrado em Educação pela Universidade Federal de Goiás (1993) e doutorado em Educação pela Universidade Metodista de Piracicaba (2003). É professora de Estágio, Didática e Formação de professores da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Goiás. É Coordenadora da pesquisa O conhecimento produzido sobre o professor e sua formação nas dissertações do PPGECM/UFG 2009-2014. Tem experiência na área de Educação, com ênfase na formação de professores, atuando principalmente nos seguintes temas: formação docente, ensino-aprendizagem e avaliação no ensino superior.

AUTORES

FELIPE ANTONIO MOURA MIRANDA

Possui Graduação em Engenharia de Computação pelo Institute of Higher Estudos da Amazônia (2008), Mestrado em Engenharia Elétrica Pela Universidade Estadual de Campinas (2011). Doutorado em Engenharia Elétrica Pela Universidade Estadual de Campinas (2018). Atualmente é Professor EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP - Campus Salto), coordenador de Trabalhos de Conclusão de Curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas e está estudando Doutorado em Engenharia Agrícola na Universidade Estadual de Campinas. Tem interesse nos temas: Redes de Sensores Sem Fio, Sistemas Embarcados, Modelagem e Sistemas de Simulação, Monitoramento Ambiental, Roteamento em Ad Hoc Networks, Redes de Computadores, algoritmos de computador e Programação e microcontrolador Sistemas Sem Fio e Educação Tecnologia e Superior.

FRANCISCO GUIMARÃES DE ASSIS

Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, com aprofundamento em Educação Matemática; Especialista em Ensino de Matemática; Especialista em Educação; Especialista em Docência do Ensino Superior; Licenciado em Matemática. Professor da rede estadual de ensino do estado da Paraíba. Membro do Grupo de Pesquisa Leitura e Escrita em Educação Matemática (Leemat). Tem experiência com formação de professores.

GILBERTO VIEIRA

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade do Vale do Paraíba (2003) e em Pedagogia pela Faculdade Maria Augusta Ribeiro Daher (2007), especialista em Educação Matemática pela Universidade Nove de Julho (2006), mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2011) e doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2016). Atualmente é professor II - Matemática da Prefeitura Municipal de São José dos Campos, professor titular I da ETEP Faculdades e integrante do Grupo de Pesquisas e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM) da Universidade Cruzeiro do Sul. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, ensino de geometria, tarefas exploratório-investigativas, resolução de problemas e investigações matemáticas.

GISELE SCREMIN

Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na Univates de Lajeado/RS (2019). Possui especialização em Tecnologias da Informação e Comunicação aplicadas à Educação pela UFSM (2017), graduação em MATEMÁTICA pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (2009) e habilitação para Magistério (Educação Infantil e Séries Inicias, 2005).Tem experiência na área de educação de jovens e adultos, ensino de matemática e tecnologias.Áreas de interesse: Tecnologias em matemática, Educação Matemática e Matemática Aplicada.

GRACIANA FERREIRA DIAS

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba. Mestre em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Doutora em Educação pela UFRN. Professora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba(Campus IV - Rio Tinto). Orienta trabalhos e projetos com ênfase na utilização de materiais concretos, jogos e História da Matemática, na sala de aula. Tem experiência com formação de professores. Atualmente coordena o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática (LEPEM-Campus IV- UFPB)

ILDENICE LIMA COSTA

Mestra em Educação pela Universidade de Brasília (2015), com ênfase em Avaliação, Avaliação em Educação Matemática, Avaliações em Larga Escala, Feedback e Ludicidade. Possui especialização em Gestão de Educação a Distância, pela Universidade Federal Fluminense - RJ e especialização em Psicopedagogia Institucional e Clínica pelo Centro Universitário de Anápolis - UniEVANGÉLICA, em

Anápolis, GO. É Bacharel em Ciência da Computação pela Universidade Católica de Brasília (1999) e licenciada em PIE - Pedagogia para as Séries Iniciais pela Universidade de Brasília (2004). É professora da Secretaria de Estado de Educação do DF desde 1994, em turmas dos anos iniciais. Possui experiência em Tutoria à Distância em cursos de extensão, formação continuada, ensino médio, ensino superior e especialização.

JÉSSICA DA SILVA MIRANDA

Atualmente é Aluna de Doutorado em Engenharia Elétrica na área de Telecomunicações na Universidade Estadual de Campinas (08/2018). Mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (2019). Especialista em Ensino de Matemática pelo Instituto Brasileiro de Formação (2018). Graduada em Licenciatura em Computação pelo Centro Universitário Claretiano (2018). Trabalhou na Empresa Managment Solutions como Analista de Dados Financeiros (04/2017 - 09/2017). Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2016). Bolsista na Secretaria do Programa de Pós Graduação em Matemática e Estatística (UFPA) no período de (05/2014 até 05/2016). Bolsista de Iniciação Científica do CNPq no período de (2014/2015). Estagiária no Colégio Santa Rosa no período de (2013/2014). Tem experiência na área de Educação Matemática; Tecnologias no Ensino de Matemática e Inclusão na Educação.

JOÃO BIESDORF

Possui Graduação Bacharel em Matemática pela Universidade Federal de Santa Maria - UFSM de Santa Maria –RS. Mestrado em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos - UFSCar de São Carlos - SP. Doutorado em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos - UFSCar de São Carlos - SP. Professor do Magistério Superior pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Pato Branco – PR Área de interesse: Análise Matemática.

JOSELANDIA DE JESUS SILVA

Graduanda em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (Campus IV - Litoral Norte).

LEANDRO SILVIO KATZER REZENDE MACIEL

Graduado em Administração de Empresas e Matemática, Doutor em Educação Matemática. Atualmente é professor da Universidade de Sorocaba.

LICIARA DAIANE ZWAN

Possui graduação em Matemática pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (2010) e Graduação em Pedagogia (2018) pelo Centro Universitário Internacional-UNINTER. Pós-Graduação em Tradução/Interpretação e Docência em LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) pela Universidade Tuiuti do Paraná(Banca de Proficiência), e Pós-Graduação em Educação Especial e Inclusiva(2018) pelo Centro Universitário Internacional-UNINTER, Mestrado em Ensino Científico e Tecnológico pela Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões (2016). Atualmente, está cursando Pós Graduação em Educação Profissional e Tecnológica Inclusiva no Instituto Federal do Triângulo Mineiro-IFTM. Atua como Tradutora/Intérprete de Libras e coordenadora de Ações Inclusivas- CAI, no Instituto Federal Farroupilha, Campus Santo Ângelo. Atua também como professora horista no Ensino Superior na URI Santo Ângelo, ministrando a disciplina de Língua Brasileira de Sinais- Libras nos cursos de Pedagogia, Educação Física, Matemática e Arquitetura e Urbanismo, e Fundamentos Teóricos e Metodológicos de Matemática I. Participa como membro do Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais-NAPNE; Núcleo de Gênero e Diversidade Sexual-NUGEDIS; Núcleo de Estudos Afro-Brasileiros e Indígenas-NEABI e do Grupo de Trabalho GT Diversidade de Inclusão do Instituto Federal Farroupilha. Tem experiência na área de Linguística, com ênfase em Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS, atuando principalmente nos seguintes temas: educação especial e inclusiva, educação e surdez, inclusão e diversidade, ensino de matemática para surdos, aprendizagem significativa.

LIDIANE SCHIMITZ LOPES

Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo PPGECM da Universidade Federal de Pelotas - UFPEL (2013). Especialista em Estudos Matemáticos - Ênfase em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pelotas - UFPEL (2012). Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, campus Bagé (2010). Pesquisadora na área de Formação Inicial e Continuada de Professores. Atualmente é docente do Instituto Federal Farroupilha - campus São Borja. Pesquisadora na área de formação inicial e continuada de professores de matemática.

LUCAS FREITAS DE OLIVEIRA

Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, campus Bagé (2017)

LUIS HAVELANGE SOARES

Doutor em Educação (UFPB), Mestre em Educação (UFPB), Mestre em Ciência da Sociedade (UEPB), Especialista em Ensino de Matemática, Licenciado em Matemática. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba.

MARCILIA CHAGAS BARRETO

Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (2002), com estágio pós-doutoral na Universidade de Quebec à Chicoutimi, em Educação Matemática(2006-2007). Mestra em Estudos Pós Graduados em Supervisão e Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1985). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Piauí (1979). Atualmente é professora adjunto M da Universidade Estadual do Ceará, vinculada ao curso de pedagogia e ao Programa de Pós-Graduação em Educação. Lidera o Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de matemática, aprendizagem da matemática, educação matemática, formação de professores.

MÁRCIO BENNEMANN

Graduação em Ciências Habilitação Matemática - Faculdade Reunidas de Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas de Palmas - PR. Mestrado em Educação Matemática - Centro Universitário Diocesano de Palmas – PR. Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática - Universidade Cruzeiro do Sul - São Paulo - SP. Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Pato Branco. Área de interesse: Ensino de Matemática e o uso de Tecnologias no Ensino.

MARCOS FRANCISCO BORGES

Professor titular da Universidade do Estado de Mato Grosso atua nas disciplinas de Estágio Supervisionado e Investigações Matemáticas em sala de aula, possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado de Mato Grosso (1993), Mestrado em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso (2002) e Doutorado na Universidade de São Paulo - USP na área de ensino de Ciências e Matemática (2010). Possui experiência na área de Educação Matemática em temas como formação de professores e ensino aprendizagem. Atua em projetos de divulgação científica como de mostras de iniciação científica na educação básica e exposições de Matemática. Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT Departamento de Matemática Centro de Educação e Investigação em Ciências e Matemática/CEICIM

MARIA AURICÉLIA GADELHA REGES

Doutorado em Educação (em andamento) no Programa de Pós-Graduação em Educação na Universidade Estadual do Ceará - PPGE/UECE. Mestrado em Educação - Área de concentração Formação de Professores (2006) pela UECE . Especialização em Gestão Escolar (1999) e Licenciatura em Pedagogia (1986), pela Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos - FAFIDAM/UECE. Professora Assistente do curso de licenciatura em Pedagogia na Universidade Estadual do Ceará. Tem experiência na área de Educação, atuando principalmente com os seguintes temas: Formação de Professores, Ensino e aprendizagem da Matemática, Didática, Prática de Ensino e Estágio Supervisionado.

MARIA MADALENA DULLIUS

Possui Licenciatura Curta em Ciências pela Fundação Alto Taquari de Ensino Superior (1991), Licenciatura Plena em Matemática pela Fundação Alto Taquari de Ensino Superior (1993), Mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2001) e Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Burgos-Espanha (2009). Atualmente é professora Titular da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, atuando no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) e no Mestrado em Ensino (PPGEnsino). Foi coordenadora do PPGECE e do PPGEnsino e desde 2014 é Pró-Reitora de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Aplicada e Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Uso de Tecnologias no Ensino da Matemática e Formação de Professores.

MAURICIO DE MORAES FONTES

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática Pela Universidade Federal do Pará (1995), pós-graduação em Teologia Pela Faculdade Kurios (2011), Especialização EM Fundamentos dá Matemática Pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (1998), Especialização em Metodologia do Ensino de Matemátca Pela Faculdade internacional Curitiba (2004), Especialização em Educação pela Matemática Universidade Estadual do Pará (2004) e da Universidade de Mestre em Educação pela Católica Nossa Senhora da Assunção (2011).

MICHELE CRISTIANE DIEL RAMBO

Doutora em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo, mestre em Modelagem Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul e graduada em Matemática Licenciatura pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Atua como professora do ensino básico, técnico e tecnológico do IFTO Campus Palmas.

MICHELE CRISTINA DE JESUS

Graduada em Administração de Empresa pelo Ceunsp Itu - SP em 2012. Licenciada em Pedagogia pela Faculdade da Aldeia de Carapicuíba. Pós-graduação em Ensino da Matemática pela Cruzeiro do Sul e Pós graduação em Docência do Ensino Superior pela Faculdade da Aldeia de Carapicuíba. Professora de Matemática no Ensino Fundamental e Física no Ensino Médio da rede pública do Estado de São Paulo e da rede particular.

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

Graduada pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) em Licenciatura Plena em Matemática. Especialista em Ensino de Matemática (UECE) e Mestre em Educação (UECE) com ênfase na Formação de Professores. Atualmente é professora do Instituto Federal do Ceará (IFCE), lecionando as disciplinas de Matemática e Educação Matemática. É membro do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (UECE-MAES) e do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem (IFCE/Cedro). Suas áreas de estudo são: ensino de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, formação de professores e representações semióticas.

AUTORES

NATÁLIA SANTIAGO CAVALCANTE

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba. Atualmente leciona em uma escola municipal do município de Rio Tinto/ PB.

NORMA SUELY GOMES ALLEVATO

Possui graduação em Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (1985), Mestrado em Matemática Pura pela Universidade Estadual de Londrina (1991) e doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2005). Atualmente é membro associado da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho e docente e pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Tem vasta experiência docente na Educação Superior, ministrando disciplinas da área de Matemática nos mais diversos cursos e na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: matemática, educação matemática, resolução de problemas, computadores, formação de professores e ensino-aprendizagem.

PAULO TADEU GANDRA CAMPOS

Professor de Educação Báscia há 11 anos, licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa (2006), especialista em Educação Geométrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2010) e mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2014). Atualmente é professor efetivo do Colégio de Aplicação da Universidade Federal e Viçosa (CAp-Coluni-UFV) onde desenvolve trabalhos com foco no Exame Nacional do Ensino Médio e em Educação Financeira.

RAQUEL PIERRE DIMITROV

Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Paulista de Sorocaba. Professora de Matemática e Física na rede pública do Estado de São Paulo.

REGINA ALVES COSTA FERNANDES

Doutoranda em Educação em Ciências, possui mestrado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Goiás (2010), graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás (2004), Pedagogia pela Faculdade Noroeste/Padrão (2018). Atualmente é professora da Faculdade Sul-Americana e da Secretaria da Educação do Estado de Goiás. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação, atuando principalmente nos seguintes temas: formação de professores de matemática, educação matemática, estágio supervisionado, história da educação matemática e gestão educacional.

ROGÉRIO STARICH SILVA

Mestre em Matemática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) com Especialização em Docência no Ensino Superior pela UNIPAC e graduação em Matemática - Licenciatura, pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Teófilo Otoni FAFITO/FENORD. Atualmente é Matemático responsável pelo Laboratório de Ensino de Matemática do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), professor assistente na Universidade Presidente Antônio Carlos (UNIPAC) - campus Teófilo Otoni e professor colaborador na Especialização em Matemática para o Ensino Médio da UFVJM. É membro do grupo fundador do Instituto Geogebra de Minas Gerais. Possui experiência na área de Ensino de Matemática nos níveis: Fundamental, Médio, Superior e Pós-Graduação; e interesse nos seguintes temas: formação de professores de matemática, análise de erros, teorias da aprendizagem, tecnologias educacionais, proposta contextualizada e interdisciplinar do ensino e modelagem matemática

AUTORES

ROZELAINE DE FATIMA FRANZIN

Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (2007), Mestrado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Maria (2000), especialização em Matemática Integrada Regional Alto Uruguai e Missões (1998), graduação em Matemática pela Universidade Regional Integrada do Uruguai e Missões (1990). Atualmente é professora em tempo integral na Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e Missões, atuando na graduação, especialização e no mestrado profissional em ensino científico e tecnológico e professora aposentada do Instituto Estadual de Educação Odão Felippe Pippi. Tem experiência na área de Matemática e Estatística, atuando principalmente nos seguintes temas: softwares estatísticos, aprendizado matemático, ambientes virtuais de aprendizagem inclusivos, práticas de ensino e formação de professores. Coordenadora do LIPI - Laboratório Interativo de Práticas Inclusivas. Pós-doutoranda em educação inclusiva.

SABRINE COSTA OLIVEIRA

Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Especialista em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática pela Universidade Federal Fluminense. Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Servidora Efetiva da Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo. Professora do Centro Universitário do Espírito Santo (UNESC).

SOLANGE HASSAN AHMAD ALI FERNANDES

Possui bacharelado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1989), Licenciatura Plena em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1992), Mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2004) e Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2008). Atualmente é professora da Universidade Bandeirante de São Paulo. Tem experiência na área de Educação, atuando principalmente em pesquisas na área de Educação Matemática Inclusiva sob os seguintes temas: Educação Especial, Educação a Distância, aprendizes cegos, aprendizes surdos, diálogos, objetificação do conhecimento, acessibilidade, trabalho colaborativo e interação.

SONIA MARIA DA SILVA JUNQUEIRA

Docente nos cursos de Matemática-Licenciatura e Mestrado Acadêmico em Ensino (MAE) da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). É membro dos grupos de pesquisas: Educação Matemática no Pampa (EMPAMPA) e "Professor de Matemática: formação, profissão, saberes e trabalho docente", cadastrados no CNPq.

VALDETE SILVA TOMAZ

Licenciatura em matemática pelo Instituto Federal de Educação Campus Campina Grande (IFPB), Licenciatura plena em Física pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professora de Matemática e Física da Rede Estadual de Ensino da Paraíba, Orientadora e Coordenadora Educacional.

WILSON DE JESUS MASOLA

Doutorando pelo programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências da Universidade Cruzeiro do Sul, Mestre pelo programa de Pós Graduação em Ensino em Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, especialização em Educação Matemática pela UNINOVE, possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Nove de Julho. Atualmente é docente da Faculdade ENIAC e Faculdade de Tecnologia Eniac - Fapi. É integrante do Grupo de Pesquisas e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM) da Universidade Cruzeiro do Sul e atua como professor orientador de TCC (EAD) da Universidade Cruzeiro do Sul. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: déficit de aprendizagem, ensino superior, lacunas de aprendizagem, educação matemática, dificuldades de aprendizagem.

[9]

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7042-086-2
9 788570 420862